

OPTIMIZAREA SELECȚIEI ȘI GESTIUNII PORTOFOLIULUI FOLOSIND MOMENTELE DE ORDIN SUPERIOR

(Efficient portfolio selection using higher order moments of the shares' distribution)

Mircea Bahna^{1*} și Cosmin-Octavian Cepoi²

^{1,2}Academia de Studii Economice din București

Rezumat

Bazată pe rezultatele lui Markowitz (1952), Teoria modernă a portofoliului propune selecția portofoliilor cu luarea în calcul strict a primelor 2 momente ale seriilor de randamente ale titlurilor. În ciuda popularității modelului propus de Markowitz, de-a lungul timpului au aparut foarte mulți critici ai acestuia. Marea majoritate a criticilor vizează ipotezele folosite în Teoria modernă a portofoliului pentru a obține condițiile de echilibru la nivelul pieței de capital: inexistența costurilor de tranzacționare, eficiența activelor financiare. Scopul lucrării de față este acela de a include în selecția și gestiunea portofoliului momentele de ordin superior ale randamentelor, skewness și kurtosis. Pornind de la unele cercetări anterioare care au concluzionat că portofoliile cu un exces de skewness și cu un kurtosis mai redus sunt preferate de către investitorii individuali, am efectuat pe baza cotațiilor de la Bursa de Valori București o comparație a două strategii de tranzacționare folosind metoda de optimizare generic denumită PGP (programare cu multiplu obiectiv). Preferințele intrinseci reutilizabile au fost obținute vizavi de titlurile tranzacționate la BVB. Titlurile cu sensibilitatea cea mai

Abstract

The Modern Portfolio Theory, based on Markowitz's (1952) work proposes a portfolio selection only taking into account the first two moments of a portfolio's return distribution, thus having a lot of critics since the author itself admits the need to use the third and fourth moments of the distribution. The absence of the transaction costs to get the equilibrium on capital markets constraints is just one of the many criticised hypothesis. Since only after 90's, and increasingly after 2000 a series of theoretical works started pointing out to the preferences of individual and institutional investors towards skewness and kurtosis we've taken the responsibility of doing this analysis on BSE shares using the PGP methodology. The usage of sustainable indigenous parameters are computed for the selected BSE shares and we conclude that a certain correlation between the selection of shares inside the recommended portfolios and a low sensitivity to the market evolution.

* Autor de contact, Bahna Mircea - mirceabahna@yahoo.com

scăzută față de fluctuațiile pieței devin unele dintre cele mai selectate.

Cuvinte-cheie: gestiunea portofoliului, optimizare, momente de ordin superior, programare cu multiplu obiectiv.

Keywords: Portfolio Selection, Optimization, Higher Order Moments Polynomial Goal Programming.

Clasificare JEL: C44, C61, C63, G11.

JEL classification: C44, C61, C63, G11

Introducere

Problema de selecție în condiții optime a portofoliului a fost una foarte des dezbătută de către investitori. Conform teoriei lui Markowitz rentabilitatea unui titlu este asociată cu media rentabilităților pe o anumită perioadă, riscul fiind descris de varianța randamentelor. Deși analiza matematică a selecției portofoliului este una foarte riguroasă, ipotezele de pornire sunt foarte restrictive făcând foarte greu de stabilit factorii de influență a deciziei de investire pe piețele de capital. Una dintre cele mai importante ipoteze ale modelului lui Markowitz, și anume cea de normalitate a distribuției randamentelor, a fost respinsă de marea majoritate a studiilor empirice efectuate, concluzia general acceptată de către mediul academic constând în faptul că este destul de greu de obținut un model valid fără ca momentele de ordin superior ale distribuției randamentelor să fie luate în considerare. Chiar și Markowitz în cercetările sale ulterioare a recunoscut necesitatea introducerii acestor momente de ordin superior în cadrul unui model de evaluare pentru aducerea de valoare adăgată în cazul deciziei de investire pe piața de capital.

Într-un context static, Markowitz a definit linia portofoliilor eficiente care are proprietatea că rentabilitatea unui activ poate fi îmbunătățită doar dacă investitorul are un apetit mai ridicat față de risc. Această abordare care pornește de la ipoteza unor randamente normal distribuite are ca principal factor de manevră o funcție de utilitate care depinde de primele două momente ale distribuției rentabilităților. Din momentul acestei abordare nu a fost testată empiric, trebuie să regândim întregul algoritm de selecție a portofoliului folosind din ce în ce mai multe informații la care avem acces.

Lucrarea de față pornește de la această ultimă idee prezentată mai sus. Pe baza metodologiei PGP și folosind date de la Bursa de Valori București, vom determina cum o serie de randamente cu o distribuție diferită de cea normală influențează selecția portofoliului, mai exact, modalitatea de calcul a ponderilor pe care le alocăm fiecărui activ atunci când începem o strategie de tranzacționare.

Articolul este structurat după cum urmează: prima secțiune este dedicată stadiului actual al cunoașterii, următoarea prezintă metodologia folosită, în a treia secțiune comentăm rezultatele obținute, iar ultima dintre ele este dedicată concluziilor.

1. Revizuirea literaturii de specialitate

Preocuparea pentru folosirea momentelor de ordin superior ale distribuției randamentelor în cadrul strategiilor de investire pe piața de capital a început cu cercetările

efectuate de către (Kendall&Hill, 1953), (Mandelbrot, 1963), (Cootner, 1964) și (Fama, 1965). Alte studii empirice precum cele efectuate de către (Arditti,1967) și (Kraus&Litzenberger, 1976) au identificat preferința investitorilor pentru activele a căror randamente au o distribuție cu skewness pozitiv.

Aceste concluzii deduse la nivel empiric au deschis calea unor noi direcții de cercetare dedicate introducerii momentelor de ordin superior ale distribuției randamentelor în cadrul teoriei portofoliului și a modelelor de evaluare a activelor promovând aceste noi abordări fiind considerați (Samuelson , 1970) și (Rubinstein, 1973). Aceștia și-au bazat studiile pe alte cercetări anterioare efectuate în sfera matematică a evaluării activelor financiare de către (Marschak, 1938) și (Levy, 1969).

În domeniul evaluării activelor, Rubinstein(1973) este primul care a propus un model de evaluare bazat pe momente de ordinul trei și patru ale distribuției rentabilităților. Astfel, a fost extins modelul tradițional CAPM al lui (Sharpe,1964), (Lintner ,1965) și (Mossin,1966) cu o măsură de control care să ia în considerare efectele unui co-skewness sistematic în evaluarea activelor. O confirmare a ideii lui Rubinstein a fost făcută prin lucrarea lui (Kraus&Litzenberger, 1976), care a reformulat ideea originală și a făcut primul studiu empiric al unui CAPM cu trei factori pe piață din SUA. În perioada următoare, (Ang&Chua, 1979) au dezvoltat o măsură a performanței ajustate la riscul asumat, bazată pe trei momente ale distribuției randamentelor.

În ultimii 30 de ani o nouă abordare privind selecția portofoliului folosind momente de ordin superior, și anume metodologia PGP, a fost introdusă de (Tayi &Leonard, 1988). În perioada subsecventă, (Lai, 1991) a folosit PGP pentru a cerceta modalitatea de includere a preferințelor investitorilor în construirea unui portofoliu utilizând abordarea bazată pe skewness. Cercetări empirice în această direcție au mai fost efectuate de către (Leung et al.,2001) , (Chunhachinda et al. ,1997), (Wang & Xia,2002), (Sun&Yan,2003) sau (Prakash et al.,2003) în scopul determinării unei modalități de construcție în condiții optime a unui portofoliu.

În ciuda volumului considerabil de cercetării în domeniul optimizării portofoliului, folosirea momentelor de ordin superior a început să devină vizibilă și populară în rândul cercetătorilor de-abia recent, așa cum poate fi concluzionat și din studiul lui Azmi (2010). Necesitatea concentrării eforturilor de cercetare spre BVB devine inerentă.

2. Teoria modernă a portofoliului

În această secțiune vom discuta modelul propus de Henry Markowitz în 1952. Presupunem N titluri ($i = 1, 2, \dots, N$), și perioada de selecție a prețurilor istorice T . Prețul pentru titlul i , în momentul t , va fi reprezentat ca $P_i(t)$. Randamentul titlului i la momentul T este $R_i(t)$.

În acest context, putem defini randamentul așteptat și riscul unui portofoliu utilizând ecuațiile (5) și (6), unde w_i reprezintă ponderile relative ale titlului i în portofoliu.

$$E[R_p] = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^I w_i E(R_i) \quad (5)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^I w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^I w_i w_j \text{cov}(R_i R_j) \quad (6)$$

Urmând teoria lui Markowitz, modelul de optimizare este dat de către ecuația (7). În acest context, un investitor va alege un portofoliu cu cel mai mare randament așteptat la un anumit nivel de risc, sau vice versa.

$$\begin{cases} \max_{w_i} E(R_p) = \sum_{i=1}^I w_i E(R_i) \\ \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij} \leq c \\ \sum_{i=1}^N w_i = 1 \\ w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (7)$$

Problema de optimizare dată în ecuația (7) se efectuează luând în considerare distribuția normală a randamentelor titlurilor. Cu toate că această teorie este respinsă de mare parte a cercetătorilor (Mandelbrot – 1963, Fama – 1965), alte ipoteze sunt făcute în scopul de a găsi o soluție pentru acest model, precum eliminarea lipsei costurilor de tranzacționare și eficiența financiară a piețelor de capital. Multe studii empirice, cele mai multe dintre ele pe burse de pe piețele emergente, resping aceste ipoteze, deci, în scopul de a găsi un model flexibil în managementul de selecție al portofoliului, alte ipoteze realiste trebuie făcute.

3. Momentele de ordin superior în selecția portofoliilor. Metodologia și descrierea bazei de date

În acest studiu, scopul nostru este de a stabili modul în care prezența unei distribuții a randamentelor titlurilor – care este diferită de distribuția normală – va influența selectarea portofoliului, mai exact ponderile pe care un investitor le va folosi în construirea portofoliului său. Una dintre principalele ipoteze este aceea că investitorii de pe piața de capital sunt dispuși să investească sume mici de bani comparativ cu volumul tranzacționat zilnic, sau cu alte cuvinte, aceștia iau în considerare momente de ordin superior în decizia de a investi. Mai mult, ideea din spatele utilizării a modelului pleacă de la premisa că nu se dorește obținerea de câștiguri cât mai ridicate de către investitor, ci faptul că acesta dorește obținerea de randamente sustenabile.

Modelul nostru de optimizare, programarea cu multiplu obiectiv, este un set de instrucțiuni/pași care permite găsirea unei soluții utilizând momentele de ordin superior, precum skewness și kurtosis în analiza noastră.

Funcțiile noastre obiective sunt prezentate în sistemul (7):

$$\begin{cases} \text{Medie} = M(x) = X^T \bar{M} \\ \text{Varianta} = V(x) = X^T V X \\ \text{Skewness} = S(x) = E[X^T (M - \bar{M})]^3 \\ \text{Kurtosis} = K(x) = E[X^T (M - \bar{M})]^4 \end{cases} \quad (7)$$

În sistemul (7), M este distribuția randamentului, este media lor, $X^T = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ reprezintă vectorul de ponderi pe care fiecare titlu îl are în portofoliu, în timp ce V , S și K reprezintă varianța-covarianța, skewness, kurtosis și matricile coskewness, cokurtosis M .

Scopul nostru este de a obține o valoare maximă pentru randamentul așteptat și skewnessul portofoliului în timp ce varianța și kurtosisul au valori minime. În acest scop vom urma doi pași. Primul dintre ei este acela de a optimiza fiecare moment cu o anumită restricție dată (S1), iar al doilea pas vizează obținerea unui vector al ponderilor folosind rezultate de la primul pas (S2).

Primul pas este rezumat în sistemul (8), unde I este un vector de valori 1:

$$\begin{cases} \text{Max}[\text{Medie} = M(x) = X^T \bar{M}] \\ \\ \text{Min}[\text{Varianta} = V(x) = X^T V X] \\ \\ \text{Max}[\text{Skewness} = S(x) = E[X^T (M - \bar{M})]^3] \\ \\ \text{Min}[\text{Kurtosis} = K(x) = E[X^T (M - \bar{M})]^4] \\ \text{Cu restricțiile :} \\ X^T I = 1 \\ X \geq 0 \end{cases} \quad (8)$$

Urmărind fiecare ecuație în sistemul (8), în conformitate cu cele două restricții prezente obținem valorile optime pentru medie, varianță, skewness și kurtosis (M^* , V^* , S^* , K^*). Pentru a combina cele patru probleme de optimizare într-una singură, folosind programarea cu multiplu obiectiv, trebuie să definim variabilele d_1 , d_2 , d_3 și d_4 ; aceste variabile cuantifică abaterile mediei, varianței, skewnessului și kurtosisului, (M , V , S și K) de la valorile optime (M^* , V^* , S^* și K^*).

Pasul final poate fi sintetizat în sistemul (9) și va returna vectorul optim al randamentelor pentru modelul nostru de optimizare.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \left(Z = \left(1 + \frac{d_1}{M^*} \right)^{\lambda_1} + \left(1 + \frac{d_2}{V^*} \right)^{\lambda_2} + \left(1 + \frac{d_3}{S^*} \right)^{\lambda_3} + \left(1 + \frac{d_4}{K^*} \right)^{\lambda_4} \right) \\ R1: X^T \bar{M} + d_1 = M^* \\ R2: X^T V X - d_2 = V^* \\ R3: E \left[X^T (M - \bar{M}) \right]^3 = S^* \\ R4: E \left[X^T (M - \bar{M}) \right]^4 = V^* \\ R5: X^T I = 1 \\ R6: X \geq 0 \\ R7: d_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4 \end{array} \right. \quad (9)$$

Am extras de pe site-ul BVB prețurile de închidere pentru toate titlurile din categoriile Premium și standard de la BVB și am folosit mai multe criterii de selecție: capitalizarea bursieră, lichiditate, rentabilitate/risc, diversificarea titlurilor ținând cont de sectorul de activitate. În ceea ce privește pachetul software am folosit un software-ul de optimizare oferit FrountlineSolvers.

3. Rezultate și discuții

Pentru studiul empiric al modelului de selecție eficientă a portofoliului am selectat spre analiză intervalul de tranzacționare 2009-2014 la BVB. Ne-am propus să comparăm rezultatele spațiului obiectiv cu 4 parametri față de acela cu doi parametri și să explicăm aceste rezultate. Intervalul de tranzacționare este 2 martie 2009 – 11 iunie 2014, cu luarea în calcul a observațiilor zilnice date de prețurile titlurilor. Am restricționat posibilitatea short selling-ului și nu le permitem investitorilor să folosească active fără risc.

Folosind criterii de selecție menționate mai sus, ne rezumăm la 20 de titluri din categoriile standard și premium tranzacționate la BVB: TLV, BRD, SNP, TGN, TEL, BIO, BRK, DAFR, SIF1, SIF2, SIF3, SIF4, SIF5, TBM, ALT, ALU, RRC, SCD, EBS și CMP.

Așa cum am menționat anterior întâi determinăm optimul individual pentru fiecare dintre cele 4 momente ale randamentelor (M^* , V^* , S^* și respectiv K^*) apoi folosim aceste valori în determinarea obiectivului cumulat prin calcularea valorii funcției agregate care ia în considerare toate cele 4 momente și ulterior calculăm fiecare interval de valori pentru parametrii de preferință ce imprimă diferite rezultate în funcție de preferințele investitorilor.

Calculând valorile optime pentru medie, varianță, skewness și kurtosis conform sistemului de ecuații (8) am obținut următorul set de rezultate, fiecare determinat de o funcție de ponderi pentru fiecare dintre cele 20 de titluri selectate (tabelul nr. 1).

Tabelul nr. 1. Rezultate optime pentru fiecare moment al distribuției

M^*	V^*	S^*	K^*
-------	-------	-------	-------

0.0021 0.0127 1.0699 1.7327

În continuare, urmărim al doilea set de optimizări, în primă instanță determinând valoarea funcției Z când parametrii λ nu au nicio influență asupra optimizării, în cazul de față când aceștia au valoarea 1 și obținem Z egal cu 5.85.

Un alt pas foarte important în determinarea și analiza preferințelor investitorilor este soluționarea spațiului decizional în cazul valorilor extreme ale λ . Menținând 3 parametrii constanți (indiferență din partea investitorilor pentru momentele respective) în timpul rezolvării problemei din spațiul decizional obținem rezultatele pentru trei grupe de preferințe: puternice, medii și scăzute, pentru fiecare dintre cele 4 momente: pentru fiecare moment MVSK determinăm valoarea lui λ atunci când momentul aferent capătă valoarea din tabelul 1 (atingând optimul individual), determinăm valoarea λ pentru o îmbunătățire sesizabilă a fiecărui parametru (ex: 1%) și considerăm λ mediu fiind situat la distanță egală între cele 2 valori extreme asociate λ scăzut și λ ridicat. Pentru a obține parametri de preferință mai consistenți am adăugat înăuntru setului de ecuații (9) restricția ca distanțele d_i să nu fie dispersate¹: varianța (d_1, d_2, d_3, d_4) să fie mai mică de 0.01. Mai jos sintetizăm valorile pentru λ (tabelul nr. 2).

Tabelul nr. 2: Momente preferință (λ)

	M	V	S	K
Scăzut	1,5	2	1,2	1,1
Mediu	3,5	5	2,5	1,2
Ridicat	7	10	5	1,4

Spre deosebire de cercetările anterioare, ce au surprins preocuparea pentru momentele de ordin superior precum cele ale autorilor (Lai, 2006), (Aracioglu, 2010), (Gieseckw, 2010), (Kemalbay, 2011) sau (Škrinjarić, 2013) printre cei mai citați, unde parametrii λ pentru MVSK iau valorile 1, 2 și 3 pentru preferințele scăzute, medii și respectiv ridicate, noi am încercat să legăm parametrii de preferință de trăsăturile intrinseci² ale titlurilor de piața românească și am ajuns astfel la valorile de mai sus³. Rezultatele noastre sunt consistente cu cele din studiul lui Davies și Kat (2004, 2009), parametrii de preferință pentru momentele de ordin 1 și 2 având valori mult mai mari decât cele pentru skewness și kurtosis.

O metodă certă/absolută de eliminare a riscului de selectare a unui optim local (punct șa) de către softul folosit nu a fost identificată în acest studiu, metodologia de față asigurând doar parțial optimizarea globală; cu toate acestea, similar cu lucrarea lui Briec (2011), ne-am

^{1,3} Într-un efort similar pe un portofoliu de 13 titluri (ALT, AZO, BIO, BRD, BRK, COMI, DAFR, SIF2, SIF5, SNP, TBM, TEL și TGN) pentru intervalul mar2009-dec2010 am obținut inițial discrepanțe foarte mari între valorile parametrilor de preferință (λ): ex preferința ridicată pentru reducerea varianței de 2000 față de preferința medie pentru creșterea skewnessului de 2,5. Am procedat la reducerea dispersiei între aceste valori, obținând similar cu rezultatele de față parametric λ cuprinși între 1 și 10.

² Heidorn, T.; Kaiser, D.G.; Muschiol, A. (2007) „Portfoliooptimierung mit Hedgefonds unter Berücksichtigung höherer Momente der Verteilung„ (No. 77). Working paper series//Frankfurt School of Finance & Management

bazat în cadrul optimizării pe faptul că am rulat calculele din diferite poziții/ponderi pentru titlurile din portofolii și că beneficiem de software-uri ce și-au îmbunătățit seturile de instrucțiuni de funcționare având astfel o acuratețe superioară în ceea ce privește rezultatele.

Folosind valorile scăzute-medii-ridicate ale parametrilor de preferință (lambda) urmărim mai departe ponderile pe care ar trebui să le aibă în portofolii fiecare dintre titlurile selectate și propunem o posibilă interpretare a rezultatelor (tebelul nr. 3).

Tabelul nr. 3: Rezultatele optimizării portofoliului

M	Mediu	Ridicat	Scăzut	Ridicat	Scăzut	*	Ridicat	Ridicat			
V	Mediu	Ridicat	Scăzut	Scăzut	Ridicat	*	Mediu		Ridicat		
S	Mediu	Scăzut	Ridicat	Ridicat	Scăzut	*	Scăzut			Ridicat	
K	Mediu	Scăzut	Ridicat	Scăzut	Ridicat	*	Scăzut				Ridicat
TLV											
BRD											
SNP	28%	25%	3%	2%	15%	1%	6%		13%		
TGN		6%				5%			8%		
TEL						4%					14%
BIO	4%	10%								91%	
BRK											6%
DAFR											
SIF1											
SIF2						5%					
SIF3											
SIF4						1%					
SIF5				11%		2%	9%		5%		
TBM	3%		4%			10%			7%		
ALT	18%	2%		42%	39%	20%	39%		9%	3%	30%
ALU		5%									
RRC	12%	6%	53%	23%	19%	47%	22%		16%		32%
SCD	29%	21%	40%	8%	21%	2%	11%		19%	6%	
EBS	5%	9%		12%	6%	1%	12%				18%
CMP	1%	17%		2%		1%	2%	100%	22%		
M	0,0010	0,0013	0,0009	0,0011	0,0010	0,0008	0,0011	0,0021	0,0010	0,0014	0,0009
V	0,0155	0,0150	0,0194	0,0200	0,0185	0,0201	0,0191	0,0297	0,0127	0,0216	0,0191
S	0,3627	0,0433	0,5691	0,4889	0,5105	0,4513	0,4553	0,6702	0,1961	1,0700	0,2305
K	3,3372	5,7119	2,6441	2,7254	2,6186	2,7282	2,6767	6,4203	4,5750	9,5923	1,7327

O primă observație importantă pe care trebuie să o facem este cea legată de portofoliile cu preferințe medii/ridicate pentru skewness și contribuțiile comune ale valorilor momentului de ordin 3 al randamentelor, cu alte cuvinte prin analiza coskewnessului putem trage următoarele concluzii: RRC, deși titlul cu cel mai mare skewness individual dintre titlurile selectate (1.01) este destul de slab prin aplicarea modelului nostru, cauza fiind coskewnessul în general scăzut raportat la alte titluri selecționate, spre exemplu față de BRK (skewness =0,75) având chiar un moment comun de ordin 3 negativ. Într-o situație similară identificăm titlul BIO, preferat în proporție de 91% în portofoliul având coskewness cu celelalte titluri în general scăzut (tinzând către 0 sau negativ), cu ALT și SCD având totuși un coskewness de peste 0,3. ALT pe de altă parte are un coskewness în general pozitiv cu celelalte titluri din portofoliu și un skewness individual de 0.9 devenind astfel printre titlurile cel mai selectate atunci când preferințele investitorilor pentru skewness sunt medii/ridicate.

Din punctul de vedere al performanței, utilizând indicatorii Sharpe³ și Treynor⁴, observăm că luarea în calcul a momentelor de ordin 3 și 4 sacrifică în anumită măsură performanța portofoliului astfel: portofoliile CMP, SIF2 sau SIF5 prezintă un indice Sharpe apropiat de valoarea 1, în mai mare decât o parte dintre portofoliile rezultate folosind modelul propus; același lucru se întâmplă și prin folosirea indicatorului Treynor, cele 3 portofolii menționate având valori apropiate de 0,5, în general mai mari decât portofoliile rezultate prin metoda propusă de noi.

Analizând tabelul de mai sus, observăm că pe măsură ce unul dintre obiectivele sistemului de optimizare crește, cel puțin unul dintre celelalte obiective scade ca grad de preferință pentru investitori, iar așa cum calculele o arată, distanța d_i crește. TLV, BRD, BRK, DAFR, SIF3 și SIF4 sunt eliminate din portofolii; putem concluziona că acestea au valori mediocre pentru toate cele 4 momente ale distribuției randamentelor; se poate observa faptul că aceste titluri prezintă cele mai ridicate valori pentru sensibilitate în raport cu fluctuațiile pieței (Beta ≥ 1.2). Deși preferat pentru randamentul său superior, având o alocare totală în portofoliul ce optimizează strict randamentul, titlul CMP eșuează să dea rezultat atunci când momentele de ordin 3 și 4 sunt luate în considerare, ponderea titlului în portofoliu nedepășind 2%.

La polul opus al cererii de includere în portofoliu se află titlurile SNP, ALT, RRC, SCD și EBS care sunt cele mai selectate de către investitori conform modelului. RRC și SCD sunt selectate într-o proporție ridicată chiar comparând portofolii de trăsături opuse când vine vorba de preferințele investitorilor (lambda ridicat pentru medie-skewness față de lambda ridicat pentru varianță-kurtosis, cazurile 2 și 3 din tabelul nr 3.); aceste titluri ce par puternic legate de preferințele investitorilor sunt acelea inelastice din punctul de vedere a fluctuațiilor randamentelor față de cele ale pieței, cu un beta de pana la 0.51 pentru SCD.

Deși sunt preferate atunci când luăm în considerare rezultatele date de teoria modernă a portofoliului (Markowitz, Sharpe, Treynor), titlurile CMP, SIF5 și SIF2 nu reușesc să fie selectate atunci când parametrii momentelor de ordin superior sunt luați în calcul, aceste titluri fiind incluse într-o pondere foarte scăzută în portofoliile rezultate.

O concurență puternică la nivelul optimizării este identificată între skewness și kurtosis în portofoliile rezultate, mai ales atunci când lambda iau cel puțin valori medii.

Concluzii

Temerile crescânde de riscuri extreme pe piețele financiare și cerința de a avea câștiguri sistematice în locul celor speculative fac ca folosirea momentelor de ordin superior să fie inevitabilă. Prin surprinderea preferințelor armonizate ca mărime cu ajutorul restricției de dispersie între distanțele față de optim am reușit să explicăm impactul pe care îl au preferințele pentru diferitele momente ale randamentelor. Am reușit să calculăm ponderi reutilizabile pentru toate cele 4 momente ale randamentelor titlurilor, înlesnind astfel

³ $Sh = \frac{R_p - r_f}{\sigma_p}$, unde: R_p rentabilitatea portofoliului, r_f proxy pentru r_f rata fără risc, σ varianța

⁴ $Tr = \frac{R_p - r_f}{\beta_p}$, β fiind sensibilitatea portofoliului raportată la piață

investitorilor BVB gestiunea dinamică a portofoliilor lor cu luarea în calcul a skewnessului și kurtosisului între criteriile lor de selecție și optimizare. Titluri ce la prima vedere surprind/captează atenția investitorilor, atunci când se ține cont doar de teoria modernă a portofoliului, nu mai dau randament, eșuând să fie selectate atunci când preferințele pentru momentele de ordin superior sunt luate în considerare: pentru intervalul de timp analizat în lucrarea de față, titlurile ce sunt puțin sensitive la fluctuațiile pieței tind să fie alese cu precădere, chiar și în cadrul unor portofolii opuse ca selecție din punctul de vedere al preferințelor investitorilor (preferințe scăzute față de preferințe ridicate pentru anumiți parametrii).

Eforturi suplimentare trebuie depuse pentru a adresa problema calculării coeficientului de substituție între preferințele pentru diferitele momente ale randamentelor titlurilor pentru a putea realiza o generalizare a rezultatelor oferite.

Referințe

- Ang, J., J. Chua, 1979. Composite Measures for the Evaluation of Investment Performance. *Journal of Financial Quantitative Analysis*, No. 14, pp.361–383.
- Aracioglu, B., Demircan, F., 2010. Mean–Variance–Skewness–Kurtosis Approach to Portfolio Optimization: An Application in Istanbul Stock Exchange. *Ege Academic Review*, No. 11.Special Edition: 9-17.
- Arditti, F., 1967. Risk and the Required Return on Equity. *Journal of Finance*, No. 22, pp.19–36.
- Briec, W., Kerstens, K., & Van de Woestyne, I., 2013. Portfolio selection with skewness: A comparison of methods and a generalized one fund result. *European Journal of Operational Research*, No. 230(2), 412-421.
- Chunhachinda, P., Dandapani, K., Hamid K., Prakash, S., 1997. Portfolio Selection and Skewness: Evidence from International Stock Markets. *Journal of Banking and Finance*, No. 21, pp.143–167.
- Cootner, P. (Ed.), 1964. *The Random Character of Stock Market Prices*, MIT Press.
- Davies, R., Kat, H., Lu, S., 2004. Fund of hedge funds portfolio selection: A multiple-objective approach. *Journal of Derivatives & Hedge Funds*, No. 15, pg 91–115.
- Davies, R., Kat, H., Lu, S., 2009. Fund of hedge funds portfolio selection: A multiple-objective approach. *Journal of Derivatives & Hedge Funds*, No. 15.2: 91-115; Fama, E., 1965. The Behaviour of Stock-Market Prices. *Journal of Business*, No. 38, pp.34–105.
- Giesecke, K., Kim, J., 2010. Fixed-income portfolio selection. Working Paper, Stanford University.
- Heidorn, T., Kaiser, D.G., Muschiol, A., 2007. Portfoliooptimierung mit Hedgefonds unter Berücksichtigung höherer Momente der Verteilung No. 77. Working paper series/Frankfurt School of Finance & Management.
- Kemalbay, G., Özkut, C.M., Franko, C., 2011. Portfolio selection with higher moments: a polynomial goal programming approach to ISE–30 Index. *Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi*, No. 13, 41-61.
- Kendall, M.G., Hill, A.B., 1953. The analysis of economic time-series-part i: Prices. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, No.116(1), pp.11-34.
- Kraus, A., Litzenberger, R., 1976. Skewness Preference and the Valuation of Risk Assets. *Journal of Finance* No. 31, pp.1085–1099.

- Lai, K., Yu, L., Wang, S., 2006. Mean-variance-skewness-kurtosis-based portfolio optimization. *Computer and Computational Sciences*, IMSCCS'06. First International Multi-Symposiums on. Vol. 2. IEEE.
- Lai, T., 1991. Portfolio with Skewness: A Multiple-objective Approach. *Review of Quantitative Finance and Accounting 1*, pp.293–305.
- Leung, M., Daouk, H., Chen, A., 2001. Using investment portfolio return to combine forecasts: a multiobjective approach. *European Journal of Operational Research*, No. 134 pp.84-102.
- Levy, H., 1969. A Utility function depending on the first three moments. *The Journal of Finance*, No. 24, pp.715-719.
- Lintner, J., 1965. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, No.13, pp.13–37.
- Mandelbrot, B., 1963. New Methods in Statistical Economics. *Journal of Political Economy*, No. 71, pp.421–440.
- Markowitz, H.M., 1952. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, No. 7, pp.77-91.
- Markowitz, H.M., 1959. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. *New York: John Wiley & Sons*.
- Marschak, J., 1938. Money and the theory of assets. *Econometrica*, No. 6, pp.311-325.
- Mossin, J., 1966. Equilibrium in a Capital Market. *Econometrica*, No. 34, pp.768–783.
- Prakash, A., Chang, C. H. Pactwa, E., 2003. Selecting a Portfolio with Skewness: recent Evidence from US, European, and Latin America Equity Markets. *Journal of Banking and Finance*, No. 27 pp.1375–1390.
- Rubinstein, M.E., 1973. The Fundamental Theorem of Parameter-Preference Security Valuation. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, No. 8, pp. 61-69.
- Samuelson, P.A., 1970). The Fundamental Approximation Theorem of Portfolio Analysis in terms of Means, Variances and Higher Moments. *Review of Economic Studies*, No. 37, pp.537-542.
- Sharpe, W., 1964. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, No. 19, pp.425–442.
- Škrinjarić, T., 2013. Portfolio Selection with Higher Moments and Application on Zagreb Stock Exchange. *Zagreb International Review of Economics and Business*, No. 16.1: 65-78.
- Sun, Q., Yan, Y., 2003. Skewness Persistence with Optimal Portfolio Selection. *Journal of Banking and Finance*, No. 27, pp.1111–1121.
- Tayi, G., Leonard, P., 1988. Bank Balance-Sheet Management: An Alternative Multi-Objective Model. *Journal of the Operational Research Society*, No. 39, pp.401-410.
- Wang, S., Xia, Y., 2002. Portfolio Selection and Asset Pricing, Berlin:Springer-Verlag.