

OPTIMIZAREA PORTOFOLIULUI DE ACȚIUNI PE PIAȚA DE CAPITAL

Căpățînă Adrian-Nicolae *

Academia de Studii Economice, București, România

Rezumat

Această lucrare își propune să analizeze diverse modele de optimizare a investițiilor în acțiuni pe piața de capital din România. Cercetarea prezintă interes atât pentru instituții financiare precum fonduri de investiții, fonduri de pensii sau bănci, cât și pentru investitori individuali. Lucrarea este structurată pe 3 capitole. Primul capitol oferă o scurtă descriere teoretică a teoriei portofoliului privind optimizarea pe piața de capital și prezentarea unei literaturi de specialitate relevante. Al doilea capitol reprezintă metodologia studiului de caz și descrierea setului de date, mai exact constituirea portofoliului de acțiuni. Ultimul capitol reprezintă partea aplicativă a acestei lucrări. Aici vor fi prezentate rezultatele și analiza metodelor de optimizare a portofoliului.

Cuvinte-cheie: optimizare, diversificare, portofoliu de acțiuni, value-at-risk

Clasificare JEL: G11, G17

Introducere

În orice societate piața de capital joacă un rol important în dezvoltarea economică. Intermedierea financiară scăzută poate să țină un stat în subdezvoltare economică prin faptul că economiile populației nu sunt eficient alocate. Dezvoltarea pieței de capital poate fi un pas important în sporirea investițiilor și a unei creșteri economice sustenabile. Din păcate, riscurile crescute aferente investițiilor pe piața de capital din România pot descuraja investitorii. De aceea este necesar pentru orice tip de investitor să știe cum poate să obțină anumite randamente cu riscuri minime. Prin urmare, această lucrare își propune să analizeze diverse modele de optimizare a investițiilor în acțiuni pe piața de capital din România. Cercetarea prezintă interes atât pentru instituții financiare precum fonduri de investiții, fonduri de pensii sau bănci, cât și pentru investitori individuali.

Conceptul de portofoliu optim a apărut odată cu teoria modernă a portofoliului. Printre altele, această teorie presupune faptul că investitorii își concentrează eforturile asupra minimizării riscului sau asupra maximizării rentabilității pe unitatea de risc. Conform acestei teorii, investitorii vor acționa rațional în cadrul acestor parametri și vor lua întotdeauna decizii cu scopul de a maximiza rentabilitatea pentru un anumit nivel acceptabil

* Autor de contact, **Adrian-Căpățînă** - capatina.adrian23@yahoo.ro

de risc. Harry Markowitz a fost primul care prezentat ideea portofoliului optim în 1952. Acest model arată că este posibil ca diferitele portofolii să aibă niveluri diferite de risc și rentabilitate. Astfel, investitorii individuali ar trebui să determine cât de mult sunt dispuși să preia riscurile și apoi să-și aloce sau să-și diversifice portofoliile în funcție de rezultatele deciziei respective.

Totuși, în practică, modelul propus de Markowitz necesită un număr mare de informații și are la bază o serie de ipoteze ce pot fi cu greu îndeplinite mai ales în cazul piețelor mai puțin dezvoltate. Prin urmare, au fost dezvoltate mai multe modele alternative care să satisfacă echilibrul rentabilitate-risc. În literatura de specialitate au apărut diverse articole care oferă o cecetare asupra modelelor de optimizare sau o comparație a acestora având în vedere că rezultatele privind optimizarea portofoliului diferă de la un model la altul. Se poate spune că alegerea unui model de optimizare se face pe baza aversiunii la risc a fiecărui investitor. Totuși, ne propunem să vedem în ce măsură se pot aplica aceste modele pe piața locală, dacă oferă rezultate credibile și dacă există posibilitatea ca un model să performeze într-o mai bună măsură decât celelalte.

1. Revizuirea literaturii de specialitate

De-a lungul timpului, modelele de optimizare au fost analizate atât de cercetători în domeniul piețelor de capital cât și practicieni. Literatura de specialitate este deosebit de bogată atât pe piața internațională, cât și pe piața din România. Foarte multe articole de specialitate au încercat să identifice ce modele de optimizare performează pe anumite piețe și în anumite condiții. Un articol important în acest sens a fost realizat de Koegelenberg (2012) care utilizează o serie de modele pentru optimizarea fondurilor de pensii. Acesta utilizează 7 modele de optimizare:

- Portofoliul echiponderat;
- Portofoliul echiponderat al contribuției la risc;
- Modelul tradițional Markowitz medie ~ varianță;
- Re-eșantionarea optimizării raportului medie ~ varianță;
- Optimizarea prin utilizarea Extreme Value Distribution;
- Optimizarea prin utilizarea Value at Risk;
- Optimizarea prin metode neparametrice.

În final, sunt comparate portofoliile optime din fiecare model pentru a vedea dacă există un model de optimizare care generează cel mai bun portofoliu. Pentru a compara diferitele modele este nevoie de un portofoliu optim rezultat din fiecare model utilizat. Acest lucru se realizează folosind rata risc-rentabilitate, riscul fiind abaterea standard pentru modelele în care este rezultată o frontieră a portofoliilor eficiente. În cazul în care nu se utilizează o frontieră eficientă pentru procesul de optimizare, riscul este calculat folosind VaR și CVaR. Portofoliul care are cea mai bună rată risc-rentabilitate pentru fiecare proces de optimizare va fi apoi utilizat pentru a compara diferitele metode de optimizare. Portofoliul care oferă cea mai mare probabilitate de a depăși un randament de 4% este cel mai bun portofoliu și, prin urmare, cea mai bună metodă de optimizare. Rezultatele finale au indicat că cea mai bună metodă este re-eșantionarea optimizării raportului medie ~ varianță, utilizarea Value-at-Risk în optimizarea portofoliului înregistrând cele mai slabe rezultate.

Un alt articol important este cel a lui Miskolczi (2016). Acesta analizează diferența dintre metoda medie-varianță și metoda utilizării Value-at-Risk prin utilizarea

datelor zilnice privind acțiunile din Ungaria și încearcă să răspundă la întrebarea dacă decizia cu privire la compoziția portofoliilor diferă în cele două cazuri. Analiza arată că există o diferență și că decizia de investiție diferă în funcție de măsura riscului. Valoarea la risc (VaR) este cea mai utilizată măsură a riscului din în ultimii ani. În ciuda utilizării pe scară largă a Valorii la Risc, există anumite probleme fundamentale cu aceasta, deoarece nu satisface proprietatea de subaditivitate și ignoră gravitatea pierderilor. Mai mult, neconvexitatea face VaR imposibil de utilizat în probleme de optimizare. Astfel, s-a dezvoltat *expected shortfall* (ES) ca măsură de risc coerentă. Autorul folosește această măsură în optimizarea portofoliului. Expected shortfall, este numită și Valoare Condiționată la Risc (Conditional value at risk - CVaR). Comparat cu VaR, ES este mai sensibil la comportamentul extremelor din “coada” funcției de distribuție a rentabilităților.

Kathleen Ferguson și Brian Rom (1993) au prezentat în lucrarea “*Post-modern portfolio theory comes of age*” o nouă abordare în optimizarea portofoliului bazate pe regulile generale permise de teoria post-modernă a portofoliului și limitările teoriei moderne:

- Variația rentabilității portofoliului este măsura corectă a riscului investiției;
- Rentabilitățile activelor financiare urmează o distribuție normală.

Lucrarea prezintă o comparație între între teoria modernă utilizând metoda medie-varianță și teoria post-modernă, utilizând semi-varianța în vederea optimizării unui portofoliu ce include companii cu capitalizare mare, companii cu capitalizare scăzută, companii stăine, obligațiuni și numerar. Cei doi ajung la concluzia că optimizarea prin metoda medie-varianță poate produce rezultate ilogice și contra-intuitive și demonstrează cum teoria post-modernă poate remedia aceste probleme.

De exemplu, prin aplicarea modelului medie-varianță, portofoliului cu varianță minimă absolută este compus aproape în totalitate de numerar, pe când modelul semivarianței indică și includerea în portofoliu a acțiunilor cu capitalizare mare și obligațiunilor. O altă diferență identificată face referire la faptul că acțiunile companiilor cu capitalizare mare ce au un skewness mai ridicat sunt mai “atrăgătoare” în optimizarea folosind semivarianța, unde skewness este recunoscut, pe când în modelul medie-varianță nu este recunoscut. Prin asigurarea unui cadru mai precis și robust pentru construirea portofoliilor optime, teoria portofoliului post-modernă a făcut îmbunătățiri necesare teoriei fundamentale realizate de Markowitz și Sharpe.

Există și pe plan intern o serie de articole și cercetări în optimizarea portofoliilor. Un articol de referință pe această temă este “Optimizarea alocării activelor fondurilor de pensii administrate privat în România” (Stancu, Badea și Darmaz-Guzun, 2018), care oferă o analiză asupra optimizării portofoliului pe piața locală. Studiul relevă ponderile optime de alocare a fondurilor de pensii în anumite categorii de active (acțiuni, obligațiuni, fonduri, titluri de stat și depozite bancare) prin utilizarea a trei modele de optimizare: portofoliul simplu echiponderat, minimizarea deviației standard (Markowitz) și minimizarea valorii condiționate la risc (CVaR). Rezultatele studiului arată că portofoliului echiponderat este recomandat administratorilor de pensii private dar și investitorilor de pe piața de capital care își asumă un risc scăzut. În cadrul modelul medie ~ varianță, administratorii fondurilor de pensii urmăresc optimizarea portofoliului prin minimizarea deviației standard.

În consecință, aceștia pot opta pentru alocările optime în cele cinci categorii de plasamente la un nivel dorit de rentabilitate sperată în funcție de gradul de risc asumat. În modelul medie-valoare condiționată la risc, investitorii sunt preocupați de pierderea maximă cumulată ce poate să se înregistreze cu o probabilitatea de 10%. Drept urmare, ei pot opta pentru o rentabilitate scontată care minimizează această pierdere, în funcție de

aversiunea investitorilor la risc. Un alt articol de pe piața locală (Andreescu 2017) demonstrează impactul pozitiv al optimizării fondurilor de pensii asupra dezvoltării economiei românești.

În urma cercetării articolelor și cărților de specialitate din domeniul optimizării portofoliului, am selectat o serie de modele ce vor fi aplicate pieței de capital din România, o piață de frontieră ce încearcă să treacă peste acest stadiu și să devină o piață emergentă. Acest lucru se poate realiza prin creșterea încrederii investitorilor în această piață. Demonstrarea utilității optimizării pe această piață poate contribui la creșterea încrederii investitorilor.

2. Metodologia cercetării și seriile de date

2.1. Metodologia cercetării

Scopul acestei lucrări, așa cum reiese și din titlu, este optimizarea unui portofoliu de acțiuni de pe piața locală de capital. Având în vedere multitudinea de metode optimizare a portofoliilor de instrumente financiare utilizate și analizate în articolele de specialitate prezentate în capitolul precedent, ne-am propus o analiză asupra acestor modele pe piața de acțiuni din România.

Modelul Markowitz, medie-varianță (*Mean-Variance, MV*)

Modelul Markowitz presupune diversificarea portofoliului prin obținerea unor serii de combinații de titluri și conduce la identificarea portofoliilor eficiente, astfel încât rentabilitatea cerută să fie atinsă prin asumarea unui risc minim. Pentru a genera portofolii eficiente, vom calcula structura unui portofoliu care să asigure o rentabilitate medie cerută cu un risc minim. Astfel, devin cunoscute ponderile diverselor titluri în portofoliul cu rentabilitatea așteptată aflată pe frontiera eficientă Markowitz și se poate afla și riscul portofoliului. Frontiera eficientă Markowitz începe cu **portofoliul cu risc minim (PVMA)** scontat de investitorii cu aversiunea cea mai mare față de risc, care separă mulțimea portofoliilor posibile în două submulțimi:

- **portofolii eficiente**, situate deasupra PVMA și care asociază la fiecare creștere de risc de portofoliu o creștere (neliniară) a rentabilității sperată;
- **portofolii ineficiente**, situate sub PVMA și care asociază la fiecare creștere de risc de portofoliu o scădere de rentabilitate sperată.

Modelul Sortino (*Mean-Semivariance, MSV*)

Teoria postmodernă a portofoliului elaborează noi modele care pot aprecia mai bine evoluțiile piețelor financiare pentru care evenimentele ce compun evoluția rentabilității sunt asimetrice. Teoria a fost introdusă de Sortino în anul 1980 introducând o nouă măsură a riscului: semivarianța ca posibilitate de apariție a unei rentabilități inferioare rentabilității medii așteptate de investitor (Minimum Acceptable Return – MAR).

Având în vedere că un investitor este mai preocupat să evite pierderea decât să caute un câștig, sau altfel spus, un câștig peste media așteptată este normal și reprezintă o primă pentru investiție, vom considera următoarele:

$$MAR = R_f \quad (1)$$

$$R_i - R_f < 0 \Rightarrow R_i - R_f \quad (2)$$

Astfel, se compun noi serii de date formate doar din rentabilitățile inferioare ratei fără risc asupra cărora vom aplica problema de minim conform algoritmului folosit și la modelul Markowitz. Prin urmare, în cadrul modelului de optimizare, este compusă o nouă matrice varianță-covarianță, iar rentabilitatea așteptată este înlocuită cu diferența dintre rentabilitatea așteptată și rata fără risc. Astfel, devin cunoscute ponderile diverselor titluri în portofoliul cu rentabilitatea așteptată aflată pe frontiera eficientă Sortino.

Modelul Sharpe (Capital Market Line, CML)

Modelul Sharpe simplifică calculele raportând randamentul acțiunilor la indexul pieței. Vom presupune că pe piață există un activ fără risc R_f al cărui randament este cert și riscul este zero, pe care îl vom include în portofoliu. Am considerat rata fără risc ca fiind rata de dobândă a tilurilor de stat cu maturitate la 6 luni 3,71 %. Astfel, prin combinarea activului fără risc cu activele riscante, relația risc-rentabilitate devine dreapta fundamentală a pieței de capital (*Capital Market Line – CML*).

În cadrul acestui model vom considera cele două cazuri în care investitorii au un comportament de tip Markowitz conform MPT și de tip Sortino conform PMTP:

- **Modelul Sharpe-Markowitz (CML+MV)** - Portofoliile eficiente se regăsesc pe tangenta dusă din punctual R_f la frontiera Markowitz. Aceste portofolii domină frontiera Markowitz pentru că la același risc, rentabilitatea obținută este mai mare.
- **Modelul Sharpe-Sortino (CML+MSV)** – Rentabilitatea așteptată a portofoliului este calculată ca diferență dintre rentabilitatea așteptată și rata fără risc. De asemenea, portofoliile eficiente se regăsesc pe tangenta dusă din punctual R_f la frontiera Sortino.

Metoda utilizării valorii condiționate la risc (Mean-Conditional VaR)

Modelul M-CVaR este o metodă preferată pentru protecția față de riscul de pierdere al unui portofoliu. Acest model minimizează conditional value at risk pentru o rentabilitate așteptată. Conditional Value at Risk este o măsură de evaluare a riscului care cuantifică cantitatea de risc pe care o are un portofoliu.

CVaR este calculat ca media pierderilor "extreme" din coada distribuției de rentabilități, mai mari decât Value-at-Risk (VaR). Value at risk arată care este pierderea maximă a unui portofoliu pe un orizont de timp dat și un nivel de încredere prestabilit. În acest caz am ales metoda istorică pentru calculul VaR. Această metodă reorganizează rentabilitățile istorice ale unui portofoliu punându-le în ordine crescătoare. Apoi, cu ajutorul formulei PERCENTILE din Excel se va stabili valoarea maximă ce poate fi pierdută într-o zi cu o probabilitate data. Pentru a stabili structura unui portofoliu care minimizează valoarea condiționată la risc pentru o rentabilitate scontată vom folosi subrutina SOLVER din Excel.

Probabilitatea înregistrării performanței portofoliilor

Pentru fiecare proces de optimizare, identificarea portofoliilor care au cel mai mare randament ajustat la risc se poate realiza prin compararea metodelor de optimizare. Cel mai bun portofoliu va fi obținut prin utilizarea unei proceduri prin care se va determina

probabilitatea de înregistrare a performanței, mai exact probabilitatea ca un portofoliu să atingă un prag de rentabilitate. Portofoliul care oferă cea mai mare probabilitate de performanță este cel mai bun portofoliu și, prin urmare, cea mai bună metodă de optimizare.

Asumând că randamentele unui activ sunt distribuite în mod normal, acestea pot fi exprimate în funcție de distribuția normală standard. Putem asocia distribuția rentabilității cu o distribuție normală standard, care are o medie 0 și deviație standard 1. Prin urmare, rentabilitatea poate fi exprimată astfel:

$$r = \mu_r + Z\sigma_r \quad (3)$$

$$Z = (r - \mu_r)/\sigma_r \quad (4)$$

Probabilitatea se va calcula cu ajutorul funcției NORM.S.DIST din Excel.

2.2. Seriile de date

Înainte de a realiza o analiză asupra deciziei de alocare, este foarte importantă selecția titlurilor ce vor fi incluse în portofoliu. Având în vedere lichiditatea scăzută, ne vom orienta direct asupra companiilor ce fac parte din indicele BET-Plus al Bursei de Valori București. În prezent indicele este constituit din 37 de companii, acesta fiind revizuit trimestrial. Din start vom exclude 5 companii, acestea fiind listate în ultimii 3 ani. Având în vedere că modelele au la bază o serie de ipoteze, este necesară aplicarea de criterii de selecție suplimentare privind rentabilitatea și lichiditatea acțiunilor. Pentru analiza din cercetarea noastră am preluat prețurile de închidere din perioada 04.04.2016-04.04.2019 (752 de observații) a acțiunilor selectate, preluate de pe site-ul www.investing.com. De asemenea, am considerat rata fără risc ca fiind rata de dobândă a titlurilor de stat cu maturitate la 6 luni: 3,17 % la data 05.04.2019. Datele necesare selecției acțiunilor incluse în portofoliu au fost preluate de pe site-ul www.bvb.ro.

Prima etapă în construirea unui portofoliu îl reprezintă alegerea titlurilor. Pentru a avea o analiză relevantă asupra rentabilității și riscul titlurilor este necesar ca acestea să îndeplinească o serie de criterii privind lichiditatea, volumul tranzacțiilor și corelația dintre titlurile incluse în portofoliu. Criteriile de selecție aplicate titlurilor sunt următoarele:

- Rentabilitatea medie anuală $> R_f$
- Capitalizarea bursieră > 25 mil EUR – categoria Premium
 > 5 mil EUR – categoria Standard
- Numărul mediu de tranzacții pe zi > 25 – categoria Premium
 > 5 – categoria Standard
- Valoarea medie a tranzacțiilor pe zi > 40.000 RON – categoria Premium
 > 8.000 RON – categoria Standard

Tabel nr. 1 – Criterii de selecție a titlurilor

Companie	Categorie	Rentab.	Capitalizare (EUR)	Nr. Tranz.	Val tranz.(RON)
TURBOMECANICA SA	Standard	51.24%	22,543,095	27.54	47,242
ELECTROARGES SA	Standard	21.67%	18,349,074	8.33	19,742
NUCLEARELECTRICA SA	Premium	20.50%	657,257,816	106.32	795,320
ALRO SA	Premium	20.41%	339,422,809	55.40	165,891
AEROSTAR SA	Standard	20.12%	157,000,274	5.50	15,283
OMV PETROM SA	Premium	14.14%	4,374,108,437	137.77	4,018,190
IAR SA BRASOV	Standard	13.58%	31,381,336	7.68	18,673
OIL TERMINAL SA	Standard	10.68%	16,299,125	8.86	10,571
BRD - GSG SA	Premium	8.63%	1,961,987,609	151.86	5,227,722
SNTGN TRANSGAZ SA	Premium	6.99%	879,458,532	91.76	1,745,884
SNGN ROMGAZ SA	Premium	6.85%	2,708,645,406	153.59	3,820,388
FONDUL PROPRIETATEA	Premium	6.29%	1,796,414,918	57.11	3,789,938
IMPACT DEVELOPER SA	Premium	5.01%	56,946,101	27.75	104,946
COMPA S A	Standard	4.63%	34,071,364	16.71	60,249
VRANCART SA	Standard	4.56%	35,166,589	6.18	8,262
BANCA TRANSILVANIA SA	Premium	4.07%	2,203,599,639	383.68	11,781,001

Sursa: Date preluate de pe www.bvb.ro și prelucrate în Excel

În urma aplicării criteriilor de selecție au rezultat un număr de 16 companii din cele 32 incluse în indicele BET-Plus și listate cu mai mult de 3 ani în urmă. De asemenea, selecția titlurilor oferă și o diversificare pe sectoare economice. Astfel, din eșantion au fost selectate 7 companii din sectorul industrial - tehnologic, 5 din sectorul energetic, 3 din sectorul financiar și 1 din sectorul construcțiilor. Un alt pas important în construcția portofoliului este identificarea acelor titluri puternic corelate și eliminarea unuia dintre ele. Din matricea de corelație rezultă că acțiunile nu sunt puternic corelate între ele, singurul coeficient de corelație mai mare de 0.5 fiind între acțiunile BRD și TLV, ambele fiind companii din sectorul bancar. Vom elimina din portofoliu TLV, aceasta având o rentabilitate anuală mai mică.

3. Analiza rezultatelor empirice

3.1. Optimizarea portofoliului de acțiuni

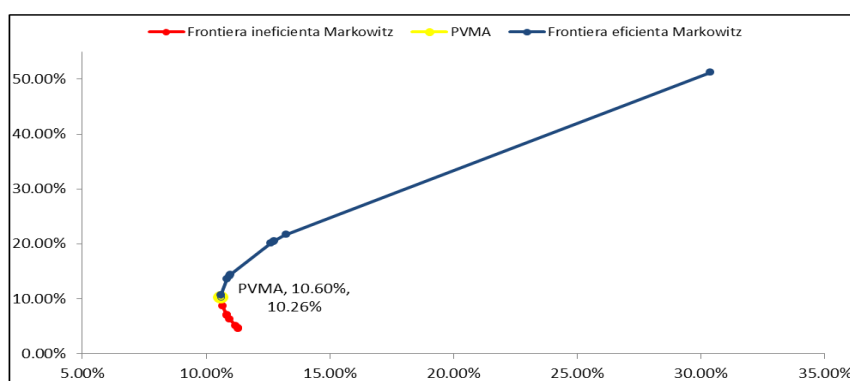
În vederea optimizării portofoliului am ales 4 modele prin care încercăm să identificăm ce diferențe există între acestea și cum putem identifica cel mai bun dintre ele. Modelele Markowitz, Sortino și C-VaR optimizează portofoliul în ipoteza că în piață

investitorii nu au acces la activul fără risc, iar modelul Sharpe presupunde includerea acestuia în portofoliu.

3.1.1. Modelul Markowitz

Pentru optimizarea portofoliului folosind modelul medie-varianță Markowitz am simulat rentabilitățile așteptate ale fiecărui titlu inclus în portofoliu rezultând 15 portofolii. Portofoliile eficiente pornesc de la portofoliul cu varianță minimă absolută (PVMA) care are aversiunea cea mai mare la risc.

Portofoliile eficiente pornesc de la rentabilități scontate de 10.3% și pe măsura ce acestea crește, volatilitatea portofoliului este mai ridicată. Pentru rentabilități scontate mai scăzute, ponderea titlurilor mai puțin volatile cum este FP este mai mare. De asemenea, pentru rentabilități ridicate, modelul indică ponderi mai mari pentru acțiunile mai volatile. Portofoliile cu rentabilități scontate între aproximativ 13% și 15% sunt toate portofolii ce au în componența lor acțiuni cu ponderi pozitive. Pentru celelalte rentabilități scontate, portofoliile au ponderi negative, investitorii fiind nevoiți să apeleze la operațiuni de tip *short-sell*, acest tip de operațiune fiind disponibil și pe piața reglementată a BVB. Mai jos am ilustrat grafic frontiera portofoliilor optimizate prin modelul Markowitz:



Grafic nr. 1 – Frontiera Markowitz

Sursa: Prelucrare proprie Excel

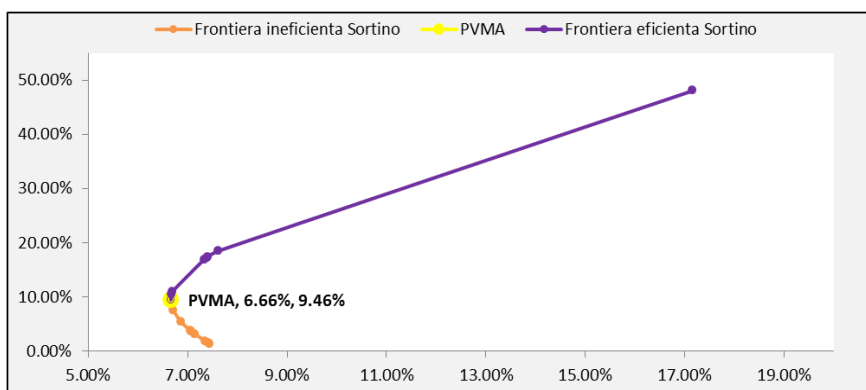
Din grafic se observă că investind în portofoliile de pe frontiera ineficientă, se poate obține aceeași rentabilitate ca și în portofoliile de pe frontiera eficientă dar cu asumarea de riscuri mai mari.

3.1.2. Modelul Sortino

Conform modelului Sortino am considerat măsurarea riscului prin semivarianta calculată ca varianța rentabilităților inferioare rentabilității minime acceptate pe care o vom considera rata activului fără risc. Pentru optimizarea portofoliului folosind modelul Sortino am simulat rentabilitățile așteptate ale fiecărui titlu inclus în portofoliu rezultând 15 portofolii dintre care 7 sunt situate peste PVMA fiind portofolii eficiente.

Portofoliile eficiente pornesc de la rentabilități scontate de 9.46% (peste R_f) și pe măsura ce acestea cresc, riscul portofoliilor crește. Portofoliile cu rentabilități așteptate între

aproximativ 9% și 11% sunt portofoliile ce nu au în componența lor acțiuni cu ponderi negative, nefiind necesare operațiunile de short-sell. Graficul 2 ilustrează frontiera portofoliilor optimizate prin modelul Sortino:



Grafic nr. 2 – Frontiera Sortino

Sursa: Prelucrare proprie Excel

3.1.3. Modelul Sharpe - CML

Modelul presupune introducerea activului fără risc în construcția portofoliilor optime. Astfel, relația risc-rentabilitate devine dreapta fundamentală a pieței de capital (CML), care reprezintă frontiera portofoliilor optime ce includ activul fără risc. Considerând că investitorii au un comportament de tip Markowitz, am simulat rentabilitățile așteptate a acțiunilor rezultând 15 portofolii optime situate pe dreapta CML.

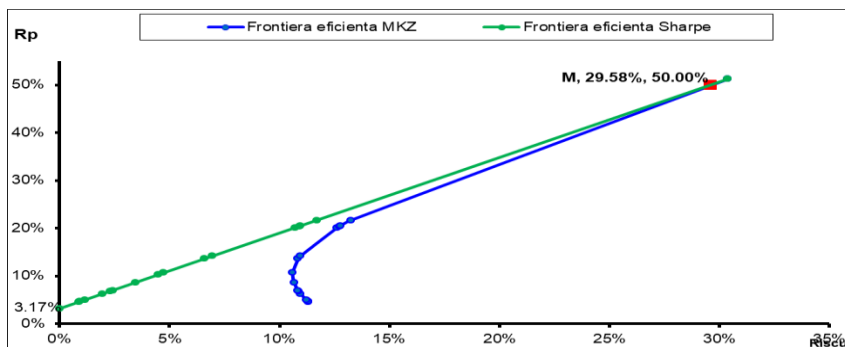
Ponderea activului fără risc este foarte ridicată până în apropierea rentabilității așteptate de aproximativ 50% ceea ce dovedește riscul ridicat al titlurilor incluse în portofoliu. De asemenea, riscul este mai scăzut atunci când includem activul fără risc și crește odată cu rentabilitatea scontată. De exemplu, dacă un investitor își dorește o rentabilitate de 10.26% trebuie să aloce 84.87% în activul fără risc asumându-și un risc de 4.48%. De la un anumit nivel al rentabilității așteptate activul fără risc are pondere negativă în portofoliu. Portofiliul cu 0% pondere a activului fără risc reprezintă portofoliul pieței fiind format doar din active cu risc. Structura portofoliului pieței este următoarea:

Tabel nr. 2 – Structura portofiliului pieței

	E(R _p)	R _f	VNC	CMP	IMP	FP	SNG	TGN	BRD
Portofoliul pieței	50.00%	0.00%	-	-7.3%	-	-	-	-	-0.4%
	OIL	IARV	SNP	ARS	ALR	SNN	ELGS	TBM	σ_{an}
	4.9%	-6.9%	9.6%	33.4%	8.9%	46.8%	22.6%	60.1%	29.58%

Sursa: Prelucrare proprie Excel

Graficul 3 ilustrează frontiera portofoliilor de pe CML aflată la intersecția cu frontiera Makowitz în punctul M:

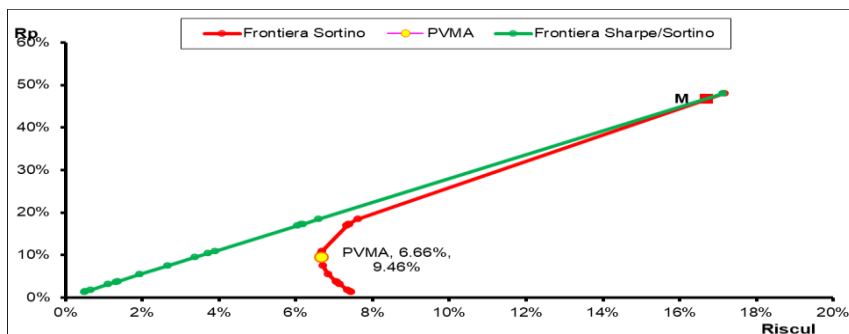


Graficul nr. 3 – Frontiera Sharpe-Markowitz

Sursa: Prelucrare proprie Excel

Portofoliile eficiente se regăsesc dreapta CML care este tangenta dusă din punctul R_f la frontiera Markowitz. Această frontieră domină frontiera Markowitz pentru că la aceleași riscuri, rentabilitatea obținută este mai mare.

Dacă considerăm că investitorii au un comportament de tip Sortino, portofoliile de pe CML au o rentabilitate cerută mai mică ținându-se cont de rata activului fără risc. Observăm că pentru rentabilitățile așteptate simulate în cazul anterior, din care se scade rata activului fără risc se obțin aceleași ponderi pentru titlurile din portofoliu, riscul asumat fiind reprezentat de semivarianță. De asemenea, portofoliul pieței cu o rentabilitate așteptată de 46.83% și un risc Sortino de 16.7% este format numai din active cu risc având aceeași structură ca în cazul anterior. În acest caz dreapta CML începe din punctul 0 și este tangentă cu frontiera Sortino în punctul M. Graficul 4 ilustrează cele două frontiere:



Grafic nr. 4 – Frontiera Sharpe-Sortino

Sursa: Prelucrare proprie Excel

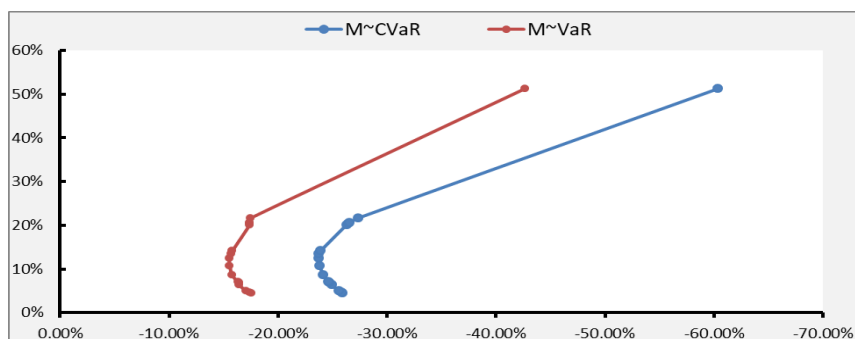
Se observă că dreapta CML pleacă din punctul 0, așteptările investitorilor fiind în acest caz peste rata activului fără risc. Dreapta este tangentă cu frontiera Sortino în punctul

M având coordonatele 46.83% pe axa rentabilității așteptate și 16.7% pe axa riscului calculat ca semivarianță.

3.1.4. Metoda utilizării Conditional-Value at Risk

În cadrul acestui model, optimizarea se poate realiza prin maximizarea rentabilității pentru un anumit nivel al C-VaR sau prin minimizarea acestuia pentru un anumit nivel de rentabilitate scontată. În această lucrare am optimizat portofoliile minimizând C-VaR pentru nivelurile de rentabilitate ale acțiunilor individuale cu ajutorul subrutinei Solver din Excel. Intervalul de încredere folosit în calculul VaR este de 95%.

Combinăția optimă cu cea mai mică pierdere anualizată (CVaR = -23.72%) corespunde unei rentabilități estimate de 12.48%. În mod evident creșterea nivelului de rentabilitate așteptată din acest punct duce la creșterea valorii condiționate la risc. Pentru un nivel de 51.27% al rentabilității, valoarea la risc este 42.67%, în timp ce media pierderilor ce depășesc acest nivel este 60.4%. Mai jos am ilustrat cele două frontiere rezultate: rentabilitate așteptată – value at risk și, respectiv, rentabilitate așteptată – conditional value at risk.



Grafic nr. 5 – Frontiera M-VaR și M-CVaR

Sursa: Prelucrare proprie Excel

Din grafic se observă că, investind în portofoliile de pe frontiera inefficientă se pot obține aceleași rentabilități ca în cazul investirii în portofoliile de pe frontiera eficientă dar cu asumarea de riscuri. Investitorii se pot orienta către portofoliile optime care să-i conducă spre rentabilitățile așteptate în raport cu gradul de risc asumat (valoarea la risc condiționată). Alegerea acestui model de optimizare a portofoliilor (min CVaR) conduce la compoziții diferite în raport cu celelalte modele de optimizare utilizate, pentru aceleași rentabilități.

3.2. Performanța portofoliilor optime

Am văzut că utilizarea modelelor de optimizare conduce evident la ponderi diferite pentru aceleași rentabilități scontate. Astfel, apare întrebarea dacă există un model de optimizare cu performanțe mai bune. Alegerea modelului de optimizare depinde de modul

în care un investitor percepe riscul. Totuși, în cadrul fiecărui model, de pe frontiera eficientă vom încerca să identificăm portofoliul cu eficiență maximă. Ulterior, vom calcula probabilitatea de înregistrare a performanței pentru portofoliile cu maximă eficiență de pe fiecare frontieră și pentru portofoliile cu riscul cel mai scăzut, identificând astfel modelul cu cele mai bune rezultate.

În general, investitorii de pe piața de capital au ca obiectiv obținerea de rentabilități mai mari decât piața. Prin urmare, vom considera că obiectivul unui investitor este să depășească rentabilitatea medie anuală a indicelui reprezentativ al pieței BET-Plus (6.76%). De asemenea, vom considera și pragurile de rentabilitate cu valori între 20% - 50% pentru a evidenția performanța portofoliilor în cazul în care se așteaptă rentabilități ridicate.

Tabel nr. 3 - Performanța portofoliilor cu eficiență maximă

		Markowitz Max efficiency	Sortino Max efficiency	C-VaR Max efficiency
μ_{an}		43.09%	40.58%	43.46%
σ_{an}		25.16%	24.21%	26.85%
Prob. $\mu > E(R_p)$	6.76%	92.56%	91.88%	91.42%
	20.00%	82.06%	80.24%	80.89%
	30.00%	69.85%	66.89%	69.19%
	40.00%	54.88%	50.95%	55.13%
	50.00%	39.17%	34.85%	40.38%

Sursa: Prelucrare proprie Excel

Se observă că pentru praguri de rentabilitate scăzute, probabilitatea de a depăși target-ul este mai mare. De exemplu, probabilitatea ca portofoliul cu maximă eficiență să depășească rentabilitatea de 6.76% este de 92.56%. În schimb, portofoliul obținut prin minimizarea CVaR are probabilități mai ridicate de a depăși rentabilități de 40% decât celelalte portofolii.

În cazul investitorilor riscofobi este mai important ce model performează mai bine în cazul minimizării absolute a riscului. Astfel, am calculat probabilitatea de înregistrare a performanței pentru portofoliile cu risc minim absolut pentru fiecare model:

Tabel nr. 4 - Performanța portofoliilor cu risc minim

		Markowitz PVMA	Sortino PVMA	C-VaR PVMA
μ_{an}		10.26%	12.63%	12.48%
σ_{an}		10.60%	11.05%	11.20%
Prob. $\mu > E(R_p)$	6.76%	62.94%	70.25%	69.53%
	20.00%	17.90%	25.24%	25.12%
	30.00%	3.13%	5.80%	5.90%
	40.00%	0.25%	0.66%	0.70%
	50.00%	0.009%	0.036%	0.041%

Sursa: Prelucrare proprie Excel

Se observă că, pentru praguri de rentabilitate scăzute modelul Sortino înregistrează probabilități mai mari ca rentabilitatea să depășească target-ul. De exemplu, probabilitatea ca portofoliul cu maximă eficiență să depășească rentabilitatea de 6.76% este de 70.25%. În schimb, portofoliul obținut prin minimizarea CVaR are probabilități mai ridicate decât celelalte portofolii să depășească rentabilități de peste 30%, ceea ce este irelevant pentru investitorii care urmăresc riscul minim absolut.

În concluzie, analizând portofoliile optimizate, modelele conduc la structuri diferite pentru aceleași rentabilități scontate, alegerea investitorului fiind în funcție de aversiunea acestuia față de risc. Pentru investitorii echilibrați privind aversiunea lor la risc și care doresc atingerea unor praguri de rentabilitate cu eficiență ridicată se recomandă modelul tradițional Markowitz, iar pentru investitorii care urmăresc minimizarea riscului se recomandă modelul teoriei postmoderne a portofoliului Sortino care urmărește minimizarea semivarianței inferioare rentabilității minime acceptate. De asemenea, și modelul minimizării valorii condiționate la risc oferă rezultate apropiate celorlalte modele, fiind recomandat pentru investitorii riscofili care urmăresc rentabilități ridicate.

3.3. Impactul optimizării asupra Value at Risk

În acest capitol al cercetării vom încerca să evidențiem care este impactul optimizării asupra valorii la risc calculată ca pierderea maximă a portofoliului. Vom considera astfel situația portofoliului echiponderat în comparație cu portofoliul optimizat prin modelul tradițional Markowitz utilizat în subcapitolul precedent. Rentabilitatea medie anuală pentru portofoliul echiponderat este de 14.35%. Prin urmare, prin modelul Markowitz minimizăm varianța pentru rentabilitatea scontată 14.35%. Pentru estimarea volatilității celor două portofolii vom calcula value at risk prin metoda analitică folosind modelul GARCH pentru estimarea volatilității.

3.3.1. Caracteristicile rentabilităților portofoliilor

Înainte de a utiliza modelele pentru estimarea varianței necesare în calculul VaR, vom analiza seria de rentabilități zilnice atât ale portofoliului echiponderat, cât și a portofoliului optim cu privire staționaritate, normalitatea distribuției și clusterizare a volatilității.

Pentru testarea staționarității seriei am folosit testul ADF. Am testat ipoteza nulă de nestaționaritate. Probabilitatea asociată testului ADF se află sub nivelul de relevanță de 1%, deci putem respinge ipoteza nulă, seria este staționară, media și varianța seriei fiind constante în timp, atât pentru portofoliul echiponderat, cât și pentru cel optim. Pentru testarea normalității distribuției seriilor am folosit testul Jarque-Bera. Rezultatele obținute indică faptul că distribuția rentabilităților nu este distribuită normal, ci leptokurtotic ($kurtosis > 3$). Skewness este negativ și ne indică faptul că distribuția este înclinată spre dreapta cu mai multe valori extreme spre stânga. Acest lucru ne indică faptul că știrile negative au un impact mai mare asupra volatilității decât știrile pozitive. Non-normalitatea distribuției ne sugerează că folosirea cuantilelor distribuție normale în calculul VaR va subestima riscul. Și în cazul portofoliului optim Markowitz avem distribuție leptokurtotică asimetrică cu probabilitatea valorilor extreme negative mai ridicată. Totuși, indicatorul Kurtosis este mai mic decât portofoliul echiponderat, iar Skewness mai apropiat de 0,

distribuția apropiindu-se mai mult de normalitate, iar riscul estimat va fi mai puțin subestimat.

Ținând cont de staționaritatea seriei, de fenomenul *volatility clustering*, dar și de distribuția leptokurtotică a randamentelor, măsurile VaR calculate în ipoteza normalității vor subestima riscul mai mult pentru portofoliu echiponderat. Acest lucru ne sugerează utilizarea modelelor de varianță condiționată GARCH pentru calculul VaR.

3.3.2. Estimarea volatilității portofoliilor prin modelul GARCH

Pentru portofoliul echiponderat am estimat modele GARCH considerând p și q cuprinși între 1 și 3. Pentru fiecare model am considerat următoarele distribuții ale erorilor: normală, t-Student și GED (Generalized Error Distribution). Vor fi selectate doar modelele cu coeficienții semnificativi statistic, iar cu ajutorul criteriilor informaționale Akaike și Schwarz (prioritar, deoarece penalizează mai mult pierderea gradelor de libertate la adaugarea parametrelor) se va alege cel mai bun model.

Tabel nr. 5 - Modele GARCH pentru portofoliu echiponderat

Model	Distribuția erorilor	Akaike info criterion	Schwarz info criterion
GARCH(1,1)	Normala	-7.026	-7.001
GARCH(1,2)	Normala	-7.029	-6.999
GARCH(2,1)	Normala	-7.034	-7.003
GARCH(3,2)	Normala	-7.035	-6.992
GARCH(1,1)	t-Student	-7.205	-7.174
GARCH(2,3)	t-Student	-7.210	-7.161
GARCH(1,1)	GED	-7.189	-7.158

Sursa: Prelucrare proprie Eviews

Selectând doar modelele cu coeficienți semnificativi statistic (prob. coef. < 0.05), în urma minimizării criteriilor informaționale, pentru estimarea varianței portofoliului echiponderat, am ales modelul GARCH(1,1) cu distribuția erorilor t-Student. Asupra acestui model am aplicat testul privind corelograma rezidurilor pătrate, testul privind heteroskedasticitatea rezidurilor și testul de normalitate al rezidurilor pentru a stabili dacă varianța estimată este semnificativă statistic cu un nivel de încredere de 95%. De asemenea, am estimat modele GARCH considerând p și q cuprinși între 1 și 3 pentru portofoliul optim Markowitz. Pentru fiecare model am considerat cele trei distribuții ale erorilor, modelul fiind selectat cu ajutorul criteriilor informaționale.

Tabel nr. 6 - Modele GARCH pentru portofoliu optim Markowitz

Model	Distribuția erorilor	Akaike info criterion	Schwarz info criterion
GARCH(1,1)	Normala	-7.200	-7.176
GARCH(1,2)	Normala	-7.208	-7.177
GARCH(2,1)	Normala	-7.209	-7.179
GARCH(1,1)	t-Student	-7.372	-7.342
GARCH(1,1)	GED	-7.362	-7.331
GARCH(1,3)	GED	-7.363	-7.320

Sursa: Prelucrare proprie Eviews

Selectând doar modelele cu coeficienți semnificativi statistic (prob. coef. < 0.05) în urma minimizării criteriilor informaționale, pentru estimarea varianței portofoliului optim, am ales modelul GARCH(1,1) cu distribuția erorilor t-Student pentru estimarea varianței portofoliului optim.

Prin urmare, pentru estimarea varianței portofoliului echiponderat și a portofoliului optimizat prin modelul Markowitz vom folosi modelul GARCH(1,1) sub distribuția t-Student a erorilor.

3.3.3. Portofoliul echiponderat vs portofoliu optim

Cu ajutorul modelului selectat am estimat varianța portofoliilor necesară pentru evaluarea riscului. Am estimat valoarea la risc pe un orizont de 10 zile cu probabilități de 95% și 99%. Volatilitatea a fost calculată ca radical din suma varianțelor estimate în Eviews pe următoarele 10 zile. Tabelul 3.22 prezintă Value at Risk pentru cele două portofolii.

Tabel nr. 7 - Value at Risk pentru portofolii

Value at Risk			Echiponderat	Optim
μ 1-day			0.06%	0.06%
μ 10-day			0.57%	0.57%
μ anuală			14.35%	14.35%
VaR	10-days	95%	4.03%	3.80%
VaR	10-days	99%	5.70%	5.38%
VaR	1-day	95%	1.28%	1.20%
VaR	1-day	99%	1.80%	1.70%

Sursa: Prelucrare proprie Eviews și Excel

Se poate observa că Value-at-Risk are valoarea mai mică pentru portofoliul optimizat prin metoda Markowitz, pentru fiecare orizont de timp și probabilitate considerată. De exemplu, valoarea maximă ce poate fi pierdută de un investitor care alege portofoliul echiponderat pe un orizont de timp de 10 zile și o probabilitate de 95% este 4,032 RON (considerând investiția 1,0 RON), pe când pierderea maximă în aceleași condiții este de 3,801 RON dacă investește în portofoliul optim Markowitz. Putem observa că, investind în portofoliul optimizat, având aceeași rentabilitate scontată ca media anuală a portofoliului echiponderat, valoarea la risc este mai mică.

În concluzie, impactul optimizării portofoliului este pozitiv. Valoarea riscului este mai mică pentru aceeași rentabilitate scontată. Mai mult decât atât, caracteristicile distribuției randamentelor ne indică faptul că pentru portofoliul echiponderat riscul este mult mai subestimat decât în cazul portofoliului optim.

Concluzii

Acestă lucrare a avut ca scop oferirea unei analize a optimizării portofoliului de acțiuni pentru piața locală de capital. Optimizarea portofoliului este foarte importantă atât

pentru fondurile de pensii, de investiții sau pentru investitorii individuali, deoarece alocarea eficientă poate aduce surplus de rentabilitate ce poate fi reinvestit sau folosit în alte scopuri utile. Orice investitor rațional urmărește profituri mari la un efort asumat. Astfel, de-a lungul timpului s-au dezvoltat diverse modalități prin care investițiile pe piața de capital să atingă maximul eficienței. Markowitz a fost primul care a dezvoltat un model în acest sens, demonstrând cum se poate minimiza riscul pentru un anumit nivel de rentabilitate așteptată. Mai departe, cercetătorii și practicienii au încercat să identifice modele de optimizare care să surprindă riscul mai nuanțat (semivarianța, VaR, CVaR etc.).

Prin urmare, modelele de optimizare duc la structuri diferite pentru aceleași rentabilități așteptate, alegerea acestora depinzând de aversiunea la risc a investitorilor. Pentru riscofobi și pentru cei neutri la risc se recomandă modelul Markowitz și modelul Sortino care minimizează semivarianța, iar pentru cei care au apetit ridicat la risc se recomandă modelul C-VaR care minimizează pierderile extreme. În cazul în care există posibilitatea de tranzacționare a activului fără risc, este recomandată includerea acestuia în portofoliu având în vedere că pe piața locală randamentele la titlurile de stat sunt foarte ridicate. În ultima parte a acestei lucrări am analizat impactul optimizării asupra VaR, comparând portofoliul echponderat cu portofoliul optimizat prin Markowitz pentru același nivel de rentabilitate așteptată. Analiza acestor portofolii și rezultatele cu privire la VaR au arătat că optimizarea prin Markowitz reduce valoarea la risc și tinde să subestimeze mai puțin această valoare decât în cazul portofoliului echponderat.

Bibliografie

- [1] Andreescu, D., & Stefan, R. (2017). "Variante de optimizare a portofoliilor de acțiuni diversificate internațional". Revista de Studii Financiare, ISF, Vol. II, nr. 2., 2017.
- [2] Bogdan, P. (2016). "Construirea portofoliilor de la A-Z". ABC-ul Lumii Financiare, WP 4., 2016
- [3] Codirlaşu, A. (2007). "Modele Value at Risk". Faculty of Finance, Insurance, Banks and Stock Exchange, ASE Bucharest, 2007.
- [4] Hoffman, S., & Rollinger, T. (2013). "Sortino ratio: a better measure of risk", Risk management, 2013.
- [5] Koegelenberg, F. (2012). "Optimal asset allocation strategies for South African pension funds", Journal for Studies in Economics and Econometrics, 2012, pp. 29-54.
- [6] Markowitz, H. (1952). "Portfolio Selection". The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1, 1952, pp. 77-91.
- [7] Miskolczi, P. (2016). "Differences between mean-variance and mean-cvar portofolio". University of Debrecen, Faculty of Economics and Business, Institute of Accounting, 2016.
- [8] Moisă, A. (n.d.). "Teoria portofoliului". Faculty of Finance, Insurance, Banks and stock exchange, ASE Bucharest, accesat astăzi 30 sept. 2019, <http://www.dofin.ase.ro/Lectures/Altar%20Moisa/Teoria%20portofoliului.pdf>.
- [9] Sharpe, W. (1964). "Capital Asset Prices: A Theory of Market". The Journal of Finance, Vol. 19, Nr. 3, 1964, pp. 425-442.
- [10] Sortino, F. (1991). "Downside risk". The Journal of Portfolio Management Summer, 17, 1991, pp. 27-31.
- [11] Stancu, Badea, & Darmaz-Guzun. (2018). "Optimizarea alocării activelor fondurilor de pensii în România". Revista de Studii Financiare, ISF, Vol. III, nr. 5., 2018.

- [12] Edwin, E., Gruber, M., Brown, S., & Goetzman, W. (2014). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, ninth edition, Wiley, 2014.
- [13] Dragota, V. (2014). *Gestiunea portofoliului de valori mobiliare*, Editura Economică, Bucuresti, 2014.
- [14] Stancu, I. (2012). *Finanțe Corporative cu Excel*, Editura Economică, Bucuresti, 2012.
- [15] www.bvb.ro
- [16] www.financetrain.com
- [17] www.investing.com
- [18] www.investopedia.com