STUDIU PRIVIND PROGRAMAREA CU OBIECTIV MULTIPLU PENTRU OPTIMIZAREA GESTIUNII PORTOFOLIULUI

Mircea BAHNA[*]

Academia de Studii economice din București

Rezumat

Programarea obiectivelor, ca metoda folosită în finanțe are ca scop identificarea potențialelor scenarii de satisfacere a obiectivelor conflictuale, ca de exemplu maximizarea rentabilității/profitului și reducerea riscului/pierderii. Așadar, motivația alegerii studiului acestei metode este dată de potențialele scenarii pe care managerul de portofoliu sau investitorul le au la dispoziție. Evident că decizia în sine îi va aparține acestuia, în ceea ce privește limitele randamentului/riscului, iar traderii vor realiza execuția acestui obiectiv. Analiza punctuală a ramurii de programare a obiectivelor polinomiale va fi făcută pentru indicarea satisfacerii limitărilor mult menționate încă de la începutul teoriilor moderne de gestiune a portofoliului, acelea de a încorpora momentele de ordin superior în decizia de investire.

Cuvinte-cheie: programarea obiectivelor, programarea polinomială a obiectivelor, gestiunea portofoliului, risc-rentabilitate, optimizare; momente de ordin superior

Clasificare JEL: C44, C61, C63, G11.

[*] Autor de contact**, Bahna Mircea** - *mirceabahna@yahoo.com*

Introducere

Lucrarea de față își propune o analiză a lucrărilor în domeniul gestiunii portofoliului cu atenție sporită asupra modelelor de programare de obiective și mai în detaliu asupra celor ce vizează programarea polinomială a obiectivelor (PGP – *polynomial goal programming*, în engleză), scopul în sine fiind acela de a releva cercetătorilor în domeniu situația actuală a cercetărilor, dar și acela de a prezenta investitorilor posibilitatea practică de a folosi aceste modele.

Lucrarea este structurată astfel: în prima parte analizăm contextul istoric global al programării obiectivelor și cele mai citate/relevante analize la diferite momente de timp, a doua parte vizează succint definirea conceptelor cheie si modelelor folosite în literatură, iar partea a treia vizează o analiză empirică în ceea ce privește Programarea obiectivelor polinomială și concluziile asupra studiului.

Istoric evolutiv al programării obiectivelor

În contextul finanțelor, pentru noi, programarea obiectivelor (PO), ca metodă din ramura MCDA[1] (*Multi Criteria Decision Analysis*, în engleză), își propune oferirea investitorilor și respectiv a managerilor de portofolii, dar și a cercetătorilor, a unor metode de analiză a portofoliilor. Încă din motivarea metodei, observăm că aceasta ramură are ca scop oferirea unor rezultate folosite cu scop consultativ, cercetătorul sau managerul de portofoliu trebuind mai departe să tragă propriile concluzii raportate la scenariile oferite de PO în funcție de variile criterii introduse spre optimizare și diferitele ponderi alocate acestora.

Cu alte cuvinte, programarea obiectivelor, își propune în contextul teoriei portofoliului rezolvarea problemelor legate fie de atingerea unor rezultate în funcție de un anumit set de resurse și constrângeri, sau, dimpotrivă, determinarea variilor resurse necesare maximizării de rezultate cu minimizarea de resurse, oferind multiple scenarii optime pentru atingerea acestor rezultate.

Și mai concret, în cadrul teoriei portofoliului, lucrările lui Charnes et al.[2] și Charnes și Cooper (1959, 1961) au avut ca scop, printre altele,

[1] Metodă de analiză în contextul existenței de obiective multiple, de cele mai multe ori concurente, bazată pe optimizarea matematică a problemelor prin intermediul unor funcții obiectiv, optimizate simultan.

[2] Charnes et al., 1955, Optimal estimation of executive compensation by linear programming.

identificarea de portofolii optime, pentru bănci individuale în varii intervale de timp.

Ansamblul de norme ce privesc programarea obiectivelor și mai cu seamă nevoia de folosire a acestei metode de gestionare a portofoliilor este pusă (Tamiz et al. 1998) pe seama lui H.A. Simon (1957) care definește conceptul de satisfacere a obiectivelor („satisficing") drept o strategie de luare a deciziei atunci când trebuie ales între mai multe alternative ce apar secvențial și care sunt necunoscute ex ante. Simon creează premisele folosirii metodelor de optimizare pe care le analizăm identificând necesitatea fie de a simplifica spațiul decizional în problemele de optimizare fie de a identifica soluții satisfăcătoare (optim local) în luarea în calcul a unui număr mai mare de caracteristici (preferințe) în descrierea problemei de optimizare. Altfel spus, deși programarea obiectivelor nu a fost inițial creată în sensul satisfacerii obiectivelor decidenților (investitor/manager de portofoliu), metodologia a fost adaptată și a devenit din ce în ce mai folosită în acest scop.

Romero (1991, 2004) conchide mai întâi că programarea obiectivelor este printre cele mai utilizate metode de luare a deciziilor, cu o metodologie lesne de implementat și de înțeles, iar ulterior (2004) surprinde faptul că marea majoritate a lucrărilor de specialitate folosesc abordarea **lexicografică** cea în care ponderarea preferințelor investitorilor/managerilor de portofolii nu sunt substituibile, preferințele fiind mai degrabă prioritizate ca importanță (nn. spre exemplu: primul fiind maximizarea randamentului, al doilea fiind minimizarea varianței, al treilea fiind maximizarea skewness-ului etc.), arătând că această metodă riscă să nu fi aplicată în practică atunci când funcția lexicografică (de prioritizare a criteriilor de optimizat) nu este una bine fundamentată. Tot în lucrarea sa din 2004, Romero surprinde alte metodologii ale programării obiectivelor, precum MinMAx (Cebâșev) ce urmărește minimizarea neîndeplinirii optimului individual (i.e. optimul randamentului privit ca unic obiectiv va fi superior acelui randament atunci când se iau in calcul și riscul, skewness-ul etc.), dorindu-se astfel minimizarea diferenței dintre cele 2 seturi de perechi de optime.

Ponderarea programării obiectivelor presupune pe de altă parte prioritizarea constrângerilor în funcție de importanța lor, spre exemplu randamentul fiind întotdeauna preferat minimizării riscului. Scenariile optime oferite trebuie să țină cont de anumite limite tolerate de deviere de la optim, cu alte cuvinte, investitorii vor seta o anumită marjă de libertate în care rezultatele pot varia în atingerea optimului, i.e. o deviație de x% de la un optim individual pentru fiecare constrângere adăugată în model.

Deși în articolele de specialitate din anii 80 se regăsea mai mult cu scop teoretic (i.e. Romero, 1986), începând cu anii 2000 este luată în calcul metoda de programare a obiectivelor **fuzzy**, ce vizează incertitudinea, deseori această metodologie fiind completată de metode de simulare pentru identificarea ponderilor ce se alocă criteriilor de optimizare.

Apropiindu-ne mai mult de perioada prezentă, Kalayci et al (2019) a analizat un număr de 175 de studii legate de gestiunea portofoliului în funcție de criteriile medie-varianță din ultimele 2 decenii. Deși studiul vizează cu precădere optimizarea pe baza primelor două momente ale distribuției (media și varianța), sunt luate în calcul și metodele **multiobiectiv**, distingând următoarele criterii de preferință: cardinalitate (legate de numărul de titluri din portofoliu), costuri de tranzacționare, capitalizarea sectorului etc.

Două aspecte mai sunt de menționat în contextul acestui studiu: primul este acela că metodologiile de calcul folosite în studiile analizate sunt similare cu cele pentru programarea cu obiectiv multiplu, iar al doilea aspect este că trebuie menționate și alte astfel de eforturi în literatura de specialitate.

Omise în studiul anterior sunt cercetările lui Aouni et al (2014) și Colapinto et al (2017) care relevă o preocupare crescută pentru metoda de programare a obiectivelor în contextul teoriei portofoliului arătând mereu o preferință pentru metodele lexicografică (preemptivă) și cea ponderată (arhimedeană). Totodată, în aceste două studii se arată și o creștere a numărului absolut de studii bazate pe metoda **polinomială**.

Conceptele cu care operează programarea obiectivelor

În primul rând amintim modelul propus de Henry Markowitz în 1952. Presupunem N titluri (i = 1, 2, ..., N), și perioada de selecție a prețurilor istorice T. Prețul pentru titlul i, în momentul t, va fi reprezentat ca Pi(t). Randamentul titlului i la momentul T este Ri(t) și este dat în ecuația (1):

$$R_i(t) = \ln\left(\frac{P_i(t)}{P_i(t-1)}\right) \quad (1)$$

Randamentul așteptat pentru același titlu i este dat în ecuația (2):

$$E[R_i] = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} R_i(t) \quad (2)$$

Varianța titlului i este măsura riscului și este reprezentată de ecuația (3). Covarianța dintre cele două titluri este calculată folosind ecuația (4).

$$\sigma_i^2 = E\left[R_i(t) - E(R_i)\right]^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[R_i(t) - E(R_i)\right]^2 \quad (3)$$

$$\operatorname{cov}\left(R_i, R_j\right) = E\left[\left(R_i(t) - E(R_i)\right)\left(R_j(t) - E(R_j)\right)\right] = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[\left(R_i(t) - E(R_i)\right)\left(R_j(t) - E(R_j)\right)\right] \quad (4)$$

În acest context, putem defini randamentul așteptat și riscul unui portofoliu utilizând ecuațiile (5) și (6), unde w_i reprezintă ponderile relative ale titlului i în portofolii.

$$E\left[R_P\right] = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{I} w_i E\left(R_i\right) \quad (5)$$

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{I} w_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{\substack{i,j=1 \\ i\neq j}}^{I} w_i w_j \operatorname{cov}\left(R_i R_j\right) \quad (6)$$

Urmând teoria lui Markowitz, modelul de optimizare este dat de către ecuația (7). În acest context, un investitor va alege un portofoliu cu cel mai mare randament așteptat la un anumit nivel de risc, sau viceversa.

$$\max_{w_i} E\left(R_P\right) = \sum_{i=1}^{I} w_i E\left(R_i\right)$$

$$\begin{cases} \sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{ij} \leq c \\ \sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \\ w_i \geq 0, \quad i = 1,2,\ldots,N \end{cases} \quad (7)$$

Optimizarea problemei prezentată în ecuația (7) se efectuează luând în considerare ipoteza distribuției normală a randamentelor titlurilor, ipoteză ce este respinsă de majoritatea cercetătorilor începând cu Mandelbrot (1963) și Fama (1965) avansând astfel nevoia de a trata problema asimetriei (a skewnessului) și pe aceea a excesului de kurtosis în distribuțiile empirice ale randamentelor titlurilor. Și alte ipoteze sunt făcute cu scopul de a găsi o soluție pentru acest model, precum lipsa costurilor de tranzacționare și eficiența financiară a piețelor de capital. Studiile empirice ulterioare, cele mai multe dintre ele pe burse din piețele emergente, resping aceste ipoteze din teoria lui Markowitz.

Cea mai simplă descriere matematică a programării obiectivelor ia în calcul, așa cum am enunțat anterior optimizarea (minimizare/maximizarea) unei funcții Z definită astfel:

$$Opt(Z) = \sum_{i \in m} w_i d_i ;\ \ w_i, d_i \ \geq 0 \ (8)$$

O formulare mai complexă este dată de Orumie (2013) în contextul dorinței de a formula o metodă eficientă de rezolvare a programării lexicografice:

$$Opt(Z) = \sum_{i \in m} w_i p_i (d_i^- + d_i^+);\ \ s.r.\ \ w_i, p_i \ \geq 0 \ (9.1)$$

s.r.

$$\sum_j^n a_{ij} x_{ij} + d_i^- - d_i^+ \ = b_i \ ; i = 1, \dots m \ (9.2)$$

$$x_{ij}, d_i^-, d_i^+ \geq 0;\ w_i > 0;\ (i = 1, \dots, m;\ j = 1, \dots n \ (9.3)$$

d_i^-și respectiv d_i^+reprezentând variabile de deviere negative și respectiv pozitive, reprezentând totodată cuantificarea sub/suprarealizării țintei optime pentru un anumit criteriu (subobiectiv), b_i reprezentând țintele individuale pentru fiecare criteriu luat în calcul în funcția de optimizare.

Evident, așa cum am descris și anterior, în cazul programării lexicografice d_i, factorii de preferință sunt ierarhizați $d_i < d_{i+1}$, dând astfel posibilitatea investitorului/managerului de portofoliu să-și exprime preferințele.

Astfel, întorcându-ne la modelul lui Markowitz, aplicând modelul lexicografic putem declara următoarea funcție de optimizare:

$$Opt(Z) = d_1 \sum MaxE\left(R_p\right) + d_2 \sum Min\sigma_p^2 \ ; d_1 > d_2;\ d_1, d_2 \geq 0 \ (9)$$

Varianta simplificată de model MinMax (Cebâșev) este redată mai jos, opt' reprezentând optimul local, dat de constrângerea de a optimiza ambele obiective simultan:

$$Opt(Z) = Min\left(optE\left(R_p\right) - opt'E\left(R_p\right)\right) + Min\left(opt\sigma_p^2 - \ opt'\sigma_p^2\right) \ (10)$$

Reprezentarea modelului de programare a obiectivelor ponderate este redată ca:

$$Opt(Z) = \sum_{i \in m}(w_i^-{}_i d_i^- + w_i^+{}_i d_i^+) \ (11) \ , \text{s.r. } (9.2), (9.3)$$

cu w_i^-respectiv w_i^+ ponderi asociate deviațiilor pozitive și respectiv negative.

Programarea obiectivelor polinomială

Programare cu obiectiv multiplu (*polynomial goal programming* – PGP) este o tehnică ce ne permite, printre altele, să încorporăm momentele de ordin superior (skewness și kurtosis) în selecția și gestionarea portofoliului. Modelul PGP are ca scop final minimizarea deviațiilor dintre optimul fiecărui obiectiv și obiectivul final agregat. Printre avantajele folosirii acestui model enumerăm: existența unei soluții optime, flexibilitatea încorporării preferințelor investitorilor și relativa simplitate a metodelor de calcul utilizate, precum și faptul că modelul este suficient de general încât să cuprindă preferințele investitorilor legate de momentele de ordin superior, skewness și kurtosis.

Ca neajunsuri ale modelului de programare cu obiectiv multiplu identificăm faptul că parametrii de preferință sunt introduși aleatoriu în model, netinându-se efectiv cont de preferințele reale ale investitorilor. Astfel ipoteze de lucru în care un set de numere naturale luate independent de preferințele din piață pot fi considerate mai degrabă unele restrictive, deși ușurează modul de concepere și interpretare a modelului, acestea putând distorsiona semnificativ rezultatele empirice. Soluțiile pentru această limitare au venit din partea lui Davies și Kat (2009) ce au identificat și apoi dezvoltat soluția propusă de Lai (1991), aceea de utilizare a ratei marginale de substituție între obiective, și mai ales prin lucrarea lui Proelss și Schweizer (2009) care, procesând un eșantion de peste o sută de hedge-fund-uri, au identificat empiric preferințele investitorilor pentru diferitele momente de ordin superior, reușind mai departe să transpună parametrii identificați în modelul de programare cu obiectiv multiplu.

Definim componentele spațiale ale optimizării cu obiectiv multiplu după cum urmează[3]:

- Spațiul decizional – conținând subsetul de decizii cu soluții fezabile sau implementabile;
- Spațiul obiectiv – care sintetizează variabila/variabilele ce sunt propriu-zis optimizate;
- Spațiul parametrilor – cuprinde toți posibilii parametrii ce sunt incluși în modelul cu obiectiv multiplu;
- Spațiul greutăților – setul parametrilor de preferință utilizați în cadrul programării cu obiectiv multiplu.

Definim așadar spațiul obiectivelor format după cum urmează:

$$Media = M(x) = X^T \overline{M}$$
$$Varianța = V(x) = X^T VX$$
$$Skewness = S(x) = E\left(X^T\left(M - \overline{M}\right)\right)^3$$

[3] Jones, D. (2011), A practical weight sensitivity algorithm for goal and multiple objective programming, *European Journal of Operational Research*, pp. 238-245.

$$Kurtosis = K(x) = E\left(X^T\left(M - \overline{M}\right)\right)^4$$

unde: M este distribuția randamentelor iar $\overline{M}$ este media acestora, $X^T=(x_1, x_2, ..., x_n)$ este vectorul transpus al ponderilor activelor folosite în portofoliu, V, S și K sunt matricele de varianță-covarianță, skewness-coskewness și kurtosis-cokurtosis ale lui M.

Pentru a combina acești parametri ce formează multiplul obiectiv și a maximiza randamentul așteptat, inclusiv skewnessul în același timp cu minimizarea momentelor de ordin par ale distribuției, împărțim problema de optimizat în doi pași, în P_1 calculând optimul individual pentru fiecare dintre cele 4 momente astfel:

$$\left.\begin{array}{l} Max(Media = M(x) = X^T\overline{M}) \\ Min(Varian\c{t}a = V(x) = X^T VX) \\ Max(Skewness = S(x) = E\left(X^T\left(M - \overline{M}\right)\right)^3) \quad P_1 \\ Min(Kurtosis = K(x) = E\left(X^T\left(M - \overline{M}\right)\right)^4) \\ \text{Cu resticțiile:} \quad X^T I = 1 \\ \qquad X \geq 0 \end{array}\right\}$$

Pentru combinarea acestor obiective într-o singură funcție obiectiv, conform metodologiei PGP avem nevoie de parametrii d_1, d_2, d_3 și d_4, variabilele ce cuantifică deviațiile mediei, varianței, skewness-ului și respectiv kurtosis-ului de la valorile optime M*,V*, S* și respectiv K*. Pentru a obține scorul optim, modelul P_1 este împărțit în patru subprobleme ce sunt rezolvate individual.

După calcularea nivelului optim al fiecărui moment, trecem la pasul 2 (P_2) având următoarea optimizare cu restricțiile corespunzătoare[4]:

$$\left.\begin{array}{l} Min\ (Z = (1+d_1)^{\lambda 1} + (1+d_2)^{\lambda 2} + (1+d_3)^{\lambda 3} + (1+d_4)^{\lambda 4}) \\ \text{SR: } X^T\overline{M} + d_1 = M^* \\ \qquad X^T VX - d_2 = V^* \\ E\left(X^T\left(M - \overline{M}\right)\right)^3 + d_3 = S^* \\ P_2 \\ \qquad E\left(X^T\left(M - \overline{M}\right)\right)^4 - d_4 = K^* \\ \text{Cu restricțiile:} \quad X^T I = 1 \\ \qquad X \geq 0 \\ \qquad d_i \geq 0; i = 1, \dots, 4 \end{array}\right\}$$

[4] Davies, R.; Kat, H.; Lu, S., (2003), „Fund of hedge funds portfolio selection: A multiple-objective approach", Journal of Derivatives & Hedge Funds, nr. 15, pg 91–115.

Pentru ilustrarea programării multiobiectiv, reamintim aici câteva rezultate empirice, prezentate într-un studiu anterior[5]:

Tabelul nr. 1: Momente de preferință (lambda)

	M	V	S	K
Scăzut	1,5	2	1,2	1,1
Mediu	3,5	5	2,5	1,2
Ridicat	7	10	5	1,4

Sursa: calcule proprii

Astfel, din tabelul nr. 1 putem identifica parametrii de preferință (lambda) ai investitorilor propuși pentru BVB pentru fiecare dintre momentele distribuției (MVSK). Tabelul nr. 2 relevă rezultatele aplicării acestor parametri și rezultatele celor 4 momente ale distribuției (MVSK) pentru un portofoliu de 20 de titluri (selectate cu respectarea criteriilor de selecție de lichiditate, capitalizare bursieră și, respectiv, de diversificare pe sectoare de activitate).

Tabelul nr. 2: Rezultatele optimizării portofoliului

M	Mediu	Ridicat	Ridicat	Ridicat			
V	Mediu	Ridicat	Medium		Ridicat		
S	Mediu	Scăzut	Scăzut			Ridicat	
K	Mediu	Scăzut	Scăzut				Ridicat
SNP	28%	25%	6%		13%		
TGN		6%			8%		
BIO	4%	10%				91%	
SIF5			9%				
TBM	3%						
ALT	18%	2%	39%			3%	30%
ALU		5%					
RRC	12%	6%	22%		16%		32%
SCD	29%	21%	11%		19%	6%	
EBS	5%	9%	12%				18%
CMP	1%	17%	2%	100%	22%		
M	0,0010	0,0013	0,0011	0,0021	0,0010	0,0014	0,0009
V	0,0155	0,0150	0,0191	0,0297	0,0127	0,0216	0,0191
S	0,3627	0,0433	0,4553	0,6702	0,1961	1,0700	0,2305
K	3,3372	5,7119	2,6767	6,4203	4,5750	9,5923	1,7327

[5] Bahna M. și Cepoi C.O., Optimizarea selecției și gestiunii portofoliului folosind momentele de ordin superior, RSF nr 1, 2016

Pe măsură ce unul dintre obiectivele sistemului de optimizare crește, cel puțin unul dintre celelalte obiective scade ca grad de preferință pentru investitori. Titlurile TLV, BRD, TEL, BRK, DAFR, SIF3 și SIF4 sunt eliminate din portofolii. Concluzia este că acestea au valori mediocre pentru toate cele 4 momente ale distribuției randamentelor. În fapt, aceste titluri prezintă cele mai ridicate valori pentru senzitivitate în raport cu fluctuațiile pieței (au beta >=1.2). Deși preferat pentru randamentul său superior, având o alocare totală în portofoliul ce optimizează strict randamentul, titlul CMP eșuează să dea rezultat atunci când momentele de ordin 3 și 4 sunt luate în considerare.

La polul opus se află titlurile SNP, ALT, RRC, SCD și EBS care sunt cele mai selectate de către investitori conform modelului. RRC și SCD sunt selectate într-o proporție ridicată. Aceste titluri, puternic legate de preferințele investitorilor, sunt inelastice din punctul de vedere a fluctuațiilor randamentelor față de cele ale pieței, cu un beta de până la 0.51.

Redăm mai jos doar câteva concluzii ale studiului nostru anterior, legat de aplicarea metodologiei PGP în optimizarea gestiunii portofoliului de titluri:

- Aspectele ce țin de partea computațională rămân printre cele mai dificile în aplicarea metodei
- Identificarea cu succes a ponderilor optime legate de preferințele pentru momentele de ordin superior poate fi făcută
- Se pot reutiliza astfel de parametrii de preferință atunci când se iau în calcul momentele de ordin superior, cel puțin pentru piața de capital din România.

Adăugăm aici și câteva concluzii din studii mai noi, Livingston (2009) face eforturi în justificare folosirii metodei PGP, arătând avantajele date de flexibilitatea alegerii acestei metode și, respectiv, diversificarea opțiunilor disponibile pentru investitor. Khan (2020) identifică o mai bună frontieră a eficienței și posibilitatea fundamentării deciziei de investiție. Chen (2020) concluzionează ca aspecte pozitive al metodologiei: stabilizarea randamentelor cumulate și o reacție mai bună la scăderile din piață. Pe de altă parte, subliniază că timpul de calcul, comparativ cu metodologii similare, este unul mai ridicat, dar rezonabil pentru rezultatele oferite. Cizauskas și Haslifah (2019) subliniază în studiul realizat de aceștia că folosirea mediei, varianței și skewnessului, ca parametri în model, depășesc ca performanță alte metode de gestiune folosind momentele de ordin superior. Gupta et al (2019) conchide asupra avantajelor legate de flexibilitatea în deciziile luate de investitori prin folosirea parametrilor medie, varianță, skewness și entropie arătând în schimb că timpul de calcul pentru aplicarea modelului este unul mai ridicat. În alte studii recente se arată că luarea în calcul a momentelor de ordin superior prin folosirea metodei PGP reduce expunerea la entropie și respectiv incertitudine.

Concluzionăm și noi că neajunsurile modelului de programare cu obiectiv multiplu, legate de multe ori de timpul de calcul sau de identificarea precisă a preferințelor reale ale investitorilor, sunt mult compensate de avantajele date de folosirea metodologiei de programare a obiectivelor în general și ale metodei de programare polinomială (PGP), în particular. Avantajele date de flexibilitatea modelului sunt, de asemenea, înlesnirea deciziei de investire si mai ales a celei de selecție și, respectiv, de gestiune a portofoliului ținând cont de criteriile de preferință proprii. În plus, posibilitatea de încorporare a momentelor superioare ale distribuției permite o mai fundamentată decizie relativ la câștigurile viitoare, portofoliul fiind unul mai puțin expus la riscuri de incertitudine, spre exemplu. Nu putem ignora aspectele ce țin de puterea de calcul necesară pentru rezolvarea acestor modele propuse prin folosirea metodologiei de optimizare a obiectivelor. Cert este că metodologia în sine este una care-și propune posibilitatea de a rezolva probleme complexe, în spațiu cvadratic, și de a ajuta investitorul să le trateze în spațiul liniar. Dar oricât de mult s-ar optimiza viteza de calcul a acestor modele, cercetarea trebuie să identifice modele și mai complexe, necesitând noi optimizări în partea computațională propriu-zisă.

Bibliografie

[1] Aouni, B., Colapinto, C., & La Torre, D. (2014). Financial portfolio management through the goal programming model: Current state-of-the-art. European Journal of Operational Research, 234(2), 536-545.

[2] Charnes A, Cooper W, Ferguson R (1955) Optimal estimation of executive compensation by linear programming. Manag Sci 1:138–351

[3] Charnes A, Cooper W (1959) Chance-constrained programming. Manag Sci 6:73–80

[4] Charnes AC et al (1961) Management models and industrial applications of linear programming. Technical report. Wiley, New York.

[5] Chen, B., Zhong, J., & Chen, Y. (2020). A hybrid approach for portfolio selection with higher-order moments: Empirical evidence from Shanghai Stock Exchange. Expert Systems with Applications, 145, 113104

[6] Cizauskas, K., & Haslifah, D. (2019). Revisiting Markowitz: portfolio optimisation including higher moments of return.

[7] Colapinto, C., Jayaraman, R., & Marsiglio, S. (2017). Multi-criteria decision analysis with goal programming in engineering, management and social sciences: a state-of-the art review. Annals of Operations Research, 251(1-2), 7-40.

[8] Davies, R.; Kat, H.; Lu, S. (2009) „Fund of hedge funds portfolio selection: A multiple-objective approach." Journal of Derivatives & Hedge Funds 15.2: 91-115.

[9] Fama, E. F. (1965). The behavior of stock-market prices. The journal of Business, 38(1), 34-105.

[10] Gupta, P., Mehlawat, M. K., Yadav, S., & Kumar, A. (2019). A polynomial goal programming approach for intuitionistic fuzzy portfolio optimization using entropy and higher moments. Applied Soft Computing, 85, 105781.

[11] H.A.Simon (1955) Models of Man, Wiley, NewYork.

[12] Kalayci, C. B., Ertenlice, O., & Akbay, M. A. (2019). A comprehensive review of deterministic models and applications for mean-variance portfolio optimization. Expert Systems with Applications.

[13] Khan, K. I., Naqvi, S. M., Ghafoor, M. M., & Akash, R. S. I. (2020). Sustainable Portfolio Optimization with Higher-Order Moments of Risk. Sustainability, 12(5), 2006.

[14] Lai, T., 1991. Portfolio with Skewness: A Multiple-objective Approach. Review of Quantitative Finance and Accounting 1, 293–305.

[15] Livingston, L. S. (2019). Skewness, Cryptocurrency, and Peer-To-Peer Loans: An Asset Allocation Exercise for a Unique Student-Managed Fund. Business Education & Accreditation, 11(1), 29-50.

[16] Mandelbrot, B. (1963). New methods in statistical economics. Journal of political economy, 71(5), 421-440.

[17] Orumie, U. C., & Ebong, D. W. (2013). An efficient method of solving lexicographic linear goal programming problem. International journal of scientific and research publications, 3, 1-8.

[18] Romero, C. (1991) Handbook of critical issues in goal programming. Pergamon Press: Oxford.

[19] Romero C (2004) A general structure of achievement function for a goal programming model. Eur J Oper Res 153:675–686

[20] Romero, C. (1986). A survey of generalized goal programming (1970–1982). European Journal of Operational Research, 25(2), 183-191.

[21] Romero, C. (1991). Handbook of Critical Issues in Goal Programming. Oxford: Pergamon Press.

[22] Romero C (2004) A general structure of achievement function for a goal programming model. Eur J Oper Res 153:675–686

[23] Schweizer, D., & Proelss, J. (2009). Polynomial Goal Programming and the Implicit Higher Moment Preferences of US Institutional Investors in Hedge Funds. Available at SSRN 1360248.

[24] Tamiz, M., Jones, D., & Romero, C. (1998). Goal programming for decision making: An overview of the current state-of-the-art. European Journal of operational research, 111(3), 569-581