

VARIANTE DE OPTIMIZARE A PORTOFOLIILOR DE ACȚIUNI DIVERSIFICATE INTERNAȚIONAL ÎN CONDIȚII DE RESTRICȚII ALE POLITICII INVESTIȚIONALE

(Comparing methods of optimizing internationally diversified stock portfolios with investment policy restrains)

Francesca Dana Andreescu¹, Robert Ștefan Sbîrcea²

^{1) 2}Academia de Studii Economice, București, România

Abstract

The scope of the paper is to compare alternatives to maximizing the returns of internationally diversified stock portfolios having restrains and limitations set by the investment policy, as it is usually the case with portfolios held by institutional investors such as pension funds or undertakings for collective investment in transferable securities.

In the portfolio analysis, the financial instruments will be described and grouped using the Principal Component Analysis (PCA) and the hierarchic cluster by Ward method, carrying out a comparison between the optimized portfolio that accept short-selling and another portfolio that do not accept, considering the Sharpe rate. The volatility of the selected portfolio will be measured the by EGARCH(1,1). Also, other measures of risk will be applied, such as VaR, we will asses the impact of the volatility regimes on the risk of the portfolio.

Keywords: Principal Component Analysis, hierarchical cluster, Markowitz Model, Shape Rate, Single Index Model, EGARCH, VaR, CVaR, Backtesting, Regression.

JEL Classification: G11, H27, C32, E44

Rezumat

Scopul lucrării este de a prezenta comparativ rezultatele unor variante de optimizare a portofoliilor de acțiuni diversificate internațional, cu respectarea unor restricții privind politica investițională specifice investitorilor instituționali (ex. fonduri de pensii, organisme de plasament colectiv în valori mobiliare).

În analiza portofoliului, titlurile financiare vor fi descrise și grupate cu ajutorul Analizei în Componente Principale (PCA) și cluster-ului ierarhic prin metoda Ward, realizându-se o comparație din punct de vedere al ratei Sharpe între un portofoliu optimizat care acceptă short-selling și unul care nu acceptă. De asemenea, portofoliul format va fi analizat din perspectiva volatilității prin modelul EGARCH(1,1), i se va calcula VaR și se va determina impactul stărilor asupra riscului.

Cuvinte-cheie: Analiza în Componente Principale, Clusterizare ierarhică, Modelul Markowitz, Rata Sharpe, Single Index Model, EGARCH, VaR, CVaR, Backtesting, Regresie

Clasificare JEL: G11, H27, C32, E44

Introducere

În această lucrare, abordările Markowitz și Sharpe de selecție a portofoliului eficient sunt descrise că și procese analitice alternative. Conceptul de optimizare a portofoliului intră sub incidența teoriei moderne a acestuia, ce are la bază satisfacerea criteriului rentabilitate – risc. Chiar dacă Markowitz este cel care introduce noțiunea de risc ca o componentă de aceeași importanță ca a rentabilității, propunând dispersia ca măsura pentru acesta, principalul motiv pentru care modelul este sau nu utilizat în practică este acela că necesită un număr foarte mare de informații. Ca prim pas în acest sens, este dezvoltat modelul Sharpe în care este estimată dependența activelor față de comportamentul pieței.

Modelul de selecție a portofoliului optim pentru investitor permite să se stabilească care sunt alegerile ce satisfac criteriul rentabilitate-risc, urmărindu-se maximizarea rentabilității și minimizarea riscului. Astfel, un portofoliu este considerat a fi optim dacă nu există un alt portofoliu cu aceeași rentabilitate și un risc mai mic, sau cu același risc și o rentabilitate mai mare. Din punct de vedere matematic, frontiera portofoliilor optime poate fi determinată în două moduri: prin minimizarea riscului pentru o rentabilitate dată, sau prin maximizarea rentabilității pentru un risc dat.

Teoria selecției portofoliului optim elaborată de Markowitz a reprezentat un pas important în dezvoltarea științei finanțelor, deoarece înainte de apariția ei, modelele de gestiune a portofoliilor se bazau pe veniturile generate de oportunitățile de investiții și considerau semnificativă rentabilitatea lor. Markowitz introduce noțiunea de risc, căruia îi acordă aceeași importanță ca noțiunii de rentabilitate și propune dispersia ca măsură a acestuia. El nu acceptă regula maximizării valorii actualizate a beneficiilor viitoare deoarece aceasta nu ține seama de risc și de atitudinea investitorilor față de risc. Se propune un criteriu care urmărește ca în același timp să sporească rentabilitatea caracteristică valorilor mobiliare și să diminueze riscul asociat.

Acest criteriu a pus bazele unei noi dezvoltări a științei economice, introducând legătura dintre rentabilitate și risc ca și componentă a comportamentului investițional. Frontiera de eficiență începe cu determinarea portofoliului cu varianta minimă absolută scontată de investitorii cu aversiunea cea mai mare față de risc. Markowitz a studiat profund motivația comportamentului participanților pe piața financiară din punct de vedere al tendințelor de maximizare a rentabilității și micșorare a riscului. Titlurile sunt corelate două câte două în cadrul modelului formulat de acesta și se poate identifica proporția titlurilor în portofoliu pentru a construi portofoliul cu varianta minimă absolută. Modelul Markowitz pornește de la ideea că oricărui risc i se poate asocia o probabilitate de apariție, un titlu fiind cu atât mai riscant cu cât există o volatilitate mai mare a câștigurilor. Ca alternativă, William Sharpe surprinde legătura dintre titluri și indicii bursieri, care impactează relevant evoluția prețului.

În paralel cu utilizarea acestui criteriu, poate fi introdusă noțiunea de model-building folosită pentru calculul market – risk – VaR, abordare ce presupune ca schimbările așteptate ale variabilelor în orizontul de timp stabilit să fie considerate nule. Aceasta este considerată a fi o ipoteză restrictivă, dar rezonabilă. Modificările prețului pe perioade scurte de timp sunt în general mici comparative deviației standard aferente.

1. Prezentarea metodologiei și a rezultatelor

În vederea formării unui portofoliu eficient, în condițiile unor limite superioare investiționale de maxim 35% din ponderea portofoliului, s-a urmărit în perioada 1 ianuarie 2015 – 2 septembrie 2016, un număr de 21 de titluri listate la NYSE și la LSE. Colecția de date a fost extrasă de pe Yahoo Finance, iar ca index de referință pentru piață a fost utilizat GSPC (S&P 500), deoarece fenomenul de contagiune este puternic corelat cu piața americană. Aceasta imprimă trendul general, crescător sau descrescător, pe care activele financiare îl vor urma (tabel nr. 1).

Tabelul nr. 1: Rentabilitatea zilnică și deviația standard pentru activele studiate

	PPB.L	ARML	AHTL	CPG.L	RRS.L	AMAT	TSCOL	TULL	PRUL	BATS.L	EXP.N.L
Avg. Return	0.11%	0.15%	0.04%	0.08%	0.14%	0.07%	0.00%	0.03%	0.01%	0.10%	0.10%
Std. Deviation	2.35%	2.70%	2.14%	1.22%	2.45%	1.89%	2.19%	1.93%	2.03%	1.24%	1.45%
	AAPL	TSLA	COH	BIT	AMZN	RRC	SE	NVDA	NEM	GSPC	
Avg. Return	0.02%	0.01%	0.04%	0.07%	0.24%	-0.01%	0.03%	0.30%	0.21%	0.06%	
Std. Deviation	1.65%	2.54%	1.89%	1.26%	2.08%	3.60%	1.82%	2.21%	2.93%	0.59%	

Conform analizei componentelor principale (PCA), primele 13 componente determină mai mult de 90% din varianta cumulativă a randamentelor celor 21 de acțiuni luate în considerare. Acest lucru este suficient pentru construirea unui model pe baza componentelor principale determinate ce vor fi selectate ca și factor al modelului utilizat, mai departe, în previziunile asupra matricei de covarianță a randamentelor acțiunilor (figura nr. 1).

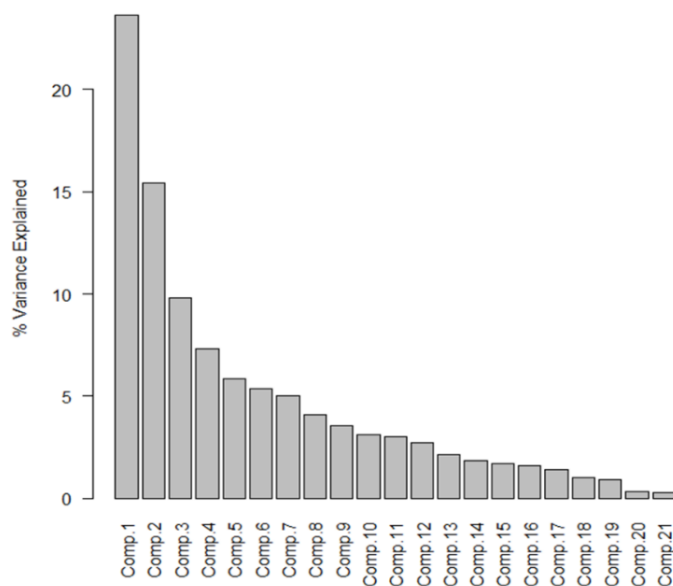


Figura nr. 1. Reprezentarea grafică a varianței randamentelor acțiunilor

Prima componentă este negativ corelată cu toate activele financiare. Acesta este un lucru bun pentru gestionarul de portofoliu, deoarece arată că schimbările de preț de la o zi

la alta ale acțiunilor nu afectează semnificativ volatilitatea portofoliului. De asemenea, valorile negative indică, din punct de vedere matematic, relația inversă dintre factor și variabile, dar magnitudinea arată cât de puternică este această relație. Spre exemplu, cea mai puternică magnitudine o are în prima componentă RRC (-0.47) (tabel nr. 2).

Tabel nr. 2: Analiza portofoliului pe componente principale

```
> p$loadings[]
```

	Comp.1	Comp.2	Comp.3	Comp.4	Comp.5
PPB.L	-0.19675333	0.16015475	-0.014340359	0.24338577	0.087465286
ARM.L	-0.25096835	0.22020033	-0.221391321	-0.54958713	0.654794505
AHT.L	-0.23284250	0.12427063	-0.080201865	-0.26776028	-0.131633756
CPG.L	-0.11822128	0.09870615	-0.100765118	-0.06663626	-0.093440788
RRS.L	-0.01836498	-0.38827652	-0.454205063	-0.02626455	-0.019287803
GSPC	-0.02735228	0.01423852	-0.018171890	-0.00533370	-0.025322647
TSCO.L	-0.25611054	0.08558619	-0.071181747	-0.12031116	-0.419422575
TUI.L	-0.14197662	0.20405216	-0.007271799	-0.06079566	-0.273391153
PRU.L	-0.29613498	0.19054097	-0.003153643	-0.14831866	-0.258403738
BATS.L	-0.12953373	0.05706466	-0.121945260	-0.05118635	-0.149262438
EXPN.L	-0.16190429	0.11392749	-0.101484711	-0.13239691	-0.160694933
AAPL	-0.17644762	0.07480136	-0.054908669	0.13286646	0.013345823
TSLA	-0.26810949	0.11757743	-0.086572020	0.45396126	0.342036181
COH	-0.20460143	0.05496724	0.033045132	0.12028345	-0.011512381
BTI	-0.15882442	0.02432585	-0.070841936	0.05500745	-0.144457497
AMZN	-0.17010983	0.08443495	-0.020355620	0.41583824	0.005285368
RRC	-0.46891991	-0.55562187	0.594787440	-0.13359134	0.105338257
SE	-0.24048000	-0.14737912	0.075412274	0.02172534	-0.075836671
NVDA	-0.22700458	0.12140641	-0.080678830	0.24855219	0.113831296
NEM	-0.15072683	-0.51709588	-0.560443108	0.06053424	-0.041328674
AMAT	-0.24815494	0.07405923	-0.012772010	0.06028187	0.035793562

Se urmărește crearea unui portofoliu ale căui randamente sunt puternic corelate cu cele ale componentelor principale. Una din modalitățile standard este de a crea un portofoliu long-short care să cumpere activele cu cea mai mare pondere sau încărcare dintr-o componentă principală și să vândă acele componente cu cele mai mici încărcări. În măsura în care considerăm prima componentă principală, atunci ponderile pentru fiecare acțiune pot fi regăsite în prima coloană a matricei P cu încărcări.

În seria de lucrări ale lui Connor and Korajczyk (1986, 1988, 1993) despre utilizarea PCA pentru a crea factori statistici pentru modelele APT, autorii utilizează rezultatele din componenta principală drept realizări ale factorului modelului. Prin urmare, încărcările oferă ponderile care trebuie să fie investite în fiecare acțiune, în factorul de mimare al portofoliului. În această abordare, coloanele matricei Y vor reprezenta rentabilitățile pentru fiecare factor. Aceasta va fi metodologia urmată pentru a crea un factor de rentabilități cu PCA.

În vederea obținerii unei imagini de ansamblu asupra diversificării portofoliului, a fost abordată analiza prin cluster ierarhic, conform metodei lui Ward. Ca rezultat al algoritmului, se obține arborele de clasificare (dendograma)(figura nr. 2).

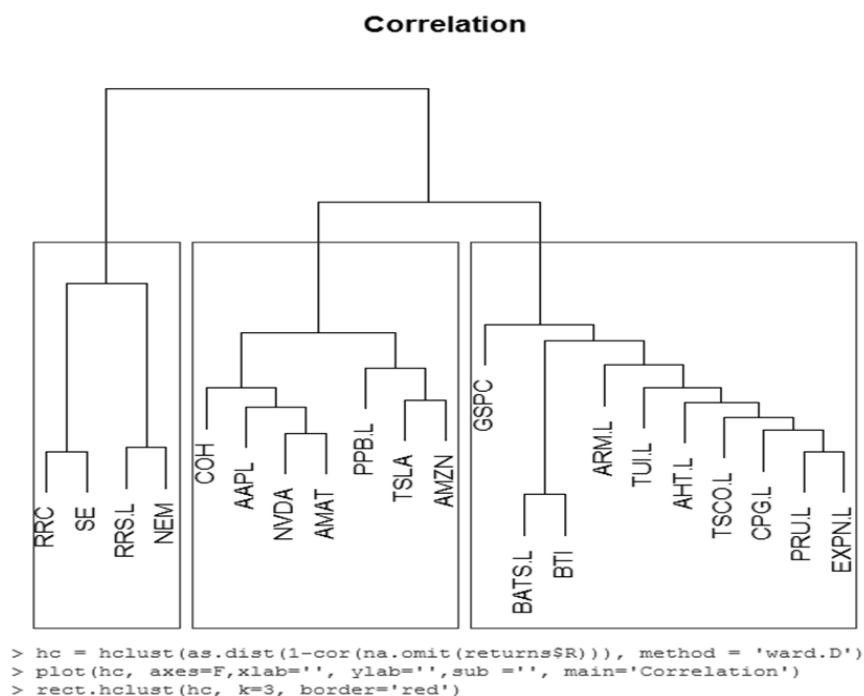


Figura nr. 2. Dendograma portofoliului

În primul cluster există două grupări, între RRC și SE, ambele fiind companii din sectorul gazelor naturale și între RRS.L și NEM, ambele din sectorul minier, explotând aur. În al doilea au fost grupate companiile care se bazează pe retail, de la accesorii, echipamente electronice, până la servicii. În cel de al treilea cluster se găsesc acțiunile listate pe piața londoneză, indicele American S&P 500 și compania British American Tobacco, listată atât pe piața Americană (BTI), cât și pe cea londoneză (BATS.L).

În graficul din figura nr. 3 se poate observa evoluția randamentelor zilnice ale activelor financiare. Utilizând colecția de date se formează un model de piață Sharpe (Single Index Model – SIM). Prețurile acțiunilor sunt puternic legate de indexul pieței americane și această relație poate fi utilizată pentru a estima rentabilitatea portofoliului. Modelul Sharpe măsoară atât riscul cât și randamentul, având următoarea expresie matematică:

$$r_{it} - r_f = \alpha_i + \beta_i(r_{mt} - r_f) + \varepsilon_{it} \quad (2.1)$$

unde:

r_{it} este randamentul acțiunii i la momentul t ;

r_f este rata fără risc;

r_{mt} este randamentul pieței la momentul t .

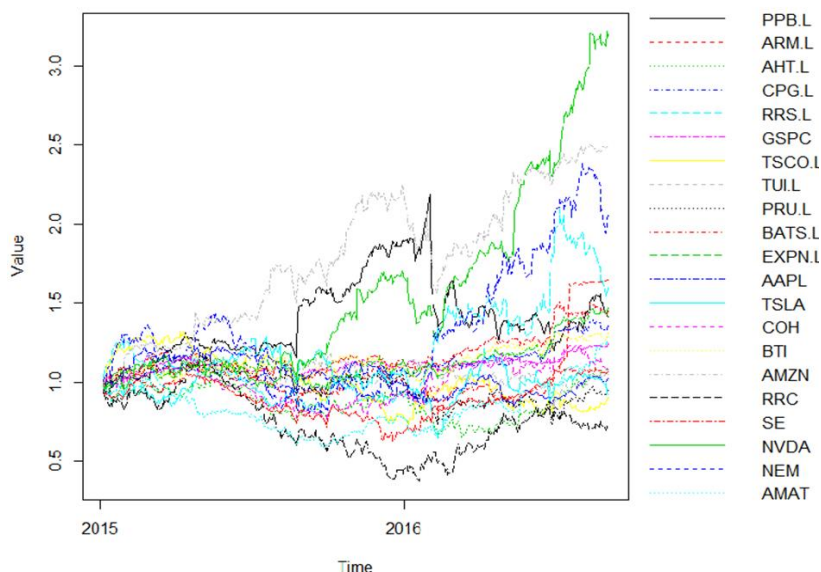


Figura nr. 3. Evoluția randamentelor zilnice ale activelor financiare – Sursă proprie

Dacă modelul Markowitz a întâmpinat numeroase limitări, modelul Sharpe simplifică calculele prin raportarea randamentului acțiunilor la indexul pieței (figura nr. 4). Ipoteza de la care se pornește este că acțiunile variază simultan datorită mișcării pe care o imprimă piața, iar această variație poate fi generată de riscuri sistematice sau riscuri de piață și de riscuri specifice. Așa cum este de așteptat, indexul poate explica doar riscurile pieței, motiv pentru care modelul măsoară celelalte riscuri cu ajutorul termenilor eroare ϵ_i . Termenul liber α_i și panta β_i sunt estimate pe baza randamentelor istorice ale acțiunilor și pe baza randamentului pieței.

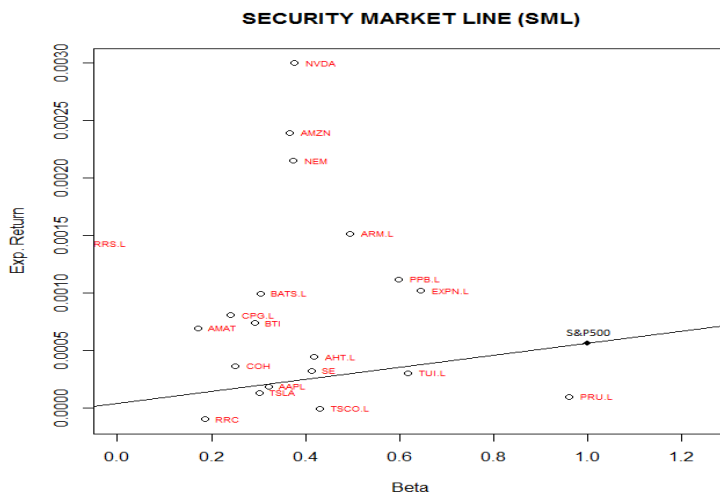


Figura nr. 4. Dreapta SML estimată

În funcție de tipul investitorilor, vom analiza criteriile de selecție a portofoliului optim, conform modelului Markowitz, ținând cont de apetența pieței la operațiunile de tip short-selling.

Investitorii riscofili doresc să își maximizeze câștigurile, fiind dispuși să nu mai țină cont de minimizarea riscului. Astfel ar urma să obțină o rentabilitate de 0.30% pe zi, în condițiile unui risc de 1.33% (figura nr. 5).

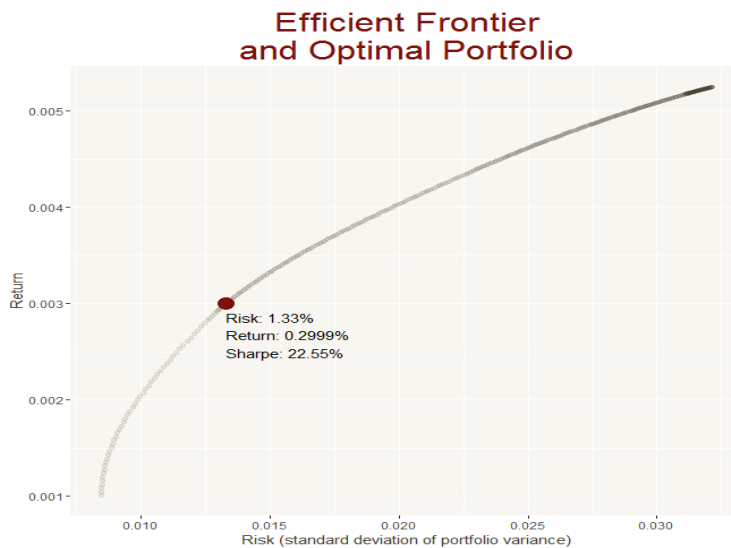


Figura nr. 5. Frontiera eficientă și portofoliul optim dacă nu este permis short-selling-ul

Investitorii neutri urmăresc să obțină rentabilitatea sperată a portofoliului pieței, suficient de bine diversificat, urmând să atingă o rentabilitate sperată de 0,15% pe zi, în condițiile unui risc de 0,75% pe zi (figura nr. 6)

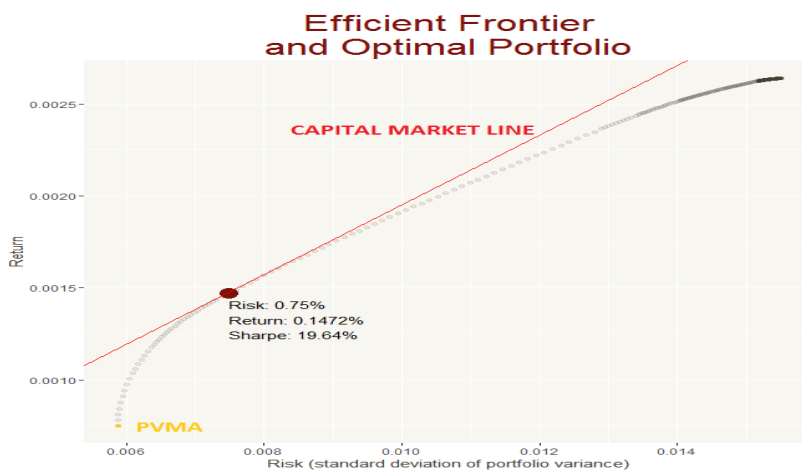


Figura nr. 6. Frontiera eficientă și portofoliul optim pentru short-selling

Riscolabii doresc minimizarea riscului din cadrul portofoliului, prin urmare ponderea activului fără risc ar trebui să fie majoritară. În modelul Sharpe de mai sus, aceștia ar urma să obțină o rentabilitate de 0,09% pe zi în condițiile unui risc de 0,8% pe zi.

În cazul unui model de piață Sharpe, vom aplica CAPM considerând ca referință pentru piață rentabilitatea index-ului American S&P 500.

În cazul optimizării SIM, s-a considerat rata fără risc anuală de 1%, ceea ce înseamnă o rată zilnică de 0.00004, considerând 250 zile de tranzacționare pe an. Astfel, se observă că rentabilitatea portofoliului la un an este de 46.7% (figura nr. 7).

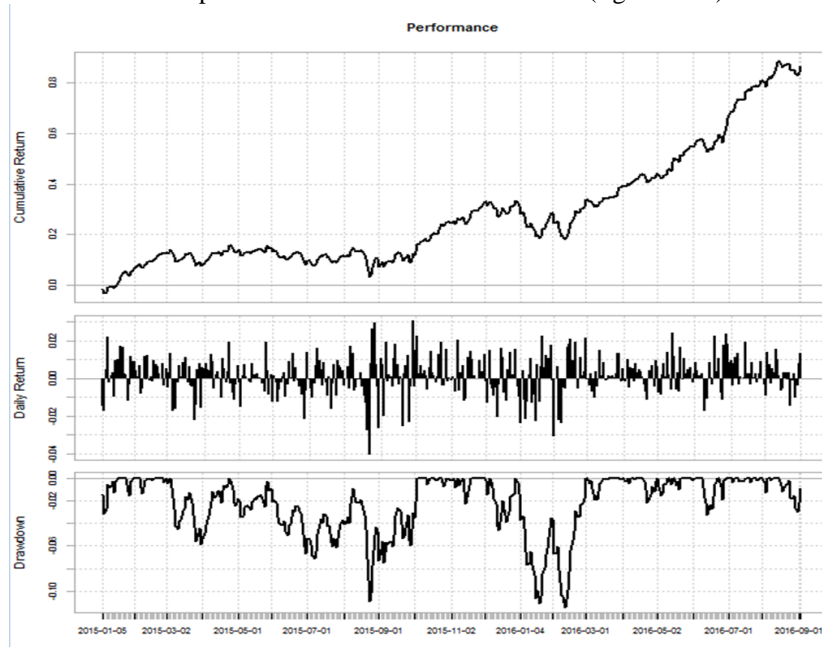


Figura nr. 7. Analiza performanței portofoliului

Seria de timp urmează, conform criteriului Akaike, un model ARIMA(2,0,1) cu media non-zero (tabelul nr. 3).

Tabelul nr. 3. Modelul ARIMA

```
> fit=auto.arima(model)
> fit
Series: model
ARIMA(2,0,1) with non-zero mean

Coefficients:
      ar1      ar2      ma1  intercept
    -0.6173  0.0708  0.8351    0.0015
s.e.   0.1040  0.0603  0.0902    0.0006

sigma^2 estimated as 9.396e-05:  log likelihood=1353.24
AIC=-2696.48  AICc=-2696.34  BIC=-2676.28
```


Pentru modelarea volatilității au fost luate în calcul mai multe modele ce au fost aplicate pe seria de date a randamentelor (EGARCH(1,1), GARCH(1,1), girGARCH(1,1), APARCH(1,1) și csGARCH(1,1) cu distribuția normală (tabelul nr. 4). Conform criteriului de informație, modelul EGARCH(1,1) este cel mai adecvat în cazul randamentelor portofoliului, distribuția acestora folosită fiind Generalized Error Distribution (GED).

Tabelul nr. 4. Distribuțiile și modelele de volatilitate pentru randamente

Normal distribution	EGARCH	GARCH	girGARCH	apARCH	csGARCH
Akaike	-6.5023	-6.4643	-6.4938	-6.4898	-6.4572
Bayes	-6.4253	-6.3970	-6.4169	-6.4032	-6.3706
Shibata	-6.5030	-6.4649	-6.4945	-6.4907	-6.4580
Hannan-Quinn	-6.4719	-6.4377	-6.4634	-6.4556	-6.4229

EGARCH	Normal distribution	GED	SSTD	SNORM
Akaike	-6.5023	-6.5056	-6.4985	-6.5016
Bayes	-6.4253	-6.4190	-6.4023	-6.4150
Shibata	-6.5030	-6.5065	-6.4996	-6.5024
Hannan-Quinn	-6.4719	-6.4713	-6.4605	-6.4673
EGARCH	SGED	NIG	GHYP	GHST
Akaike	-6.5038	-6.5003	-6.4956	-6.4102
Bayes	-6.4076	-6.4041	-6.3898	-6.3140
Shibata	-6.5049	-6.5014	-6.4969	-6.4113
Hannan-Quinn	-6.4658	-6.4623	-6.4538	-6.3722

Modelul EGARCH permite tratarea erorilor ca și asimetrice și reacții diferite la șocuri negative și pozitive. În piețele financiare, o depreciere este întotdeauna urmată de o volatilitate mai mare, această caracteristică a datelor financiare fiind numită efect de levier (tabelul nr. 5). Modificările prețului sunt corelate negativ cu volatilitatea, care este mai mare după șocuri negative decât după șocuri pozitive de aceeași magnitudine. Distribuția GED se dovedește a fi mai potrivită decât distribuțiile skewed-Student, skewed-Normal, skewed-GED, invers gaussiană normală, hiperbolica generalizată și hiperbolica generalizată skewed-Student.

Modelul GARCH exprimă persistența volatilității, evaluând știrile pozitive și negative în mod egal ca impact, în vreme ce extensia modelului, EGARCH, măsoară efectele asimetrice ale acestora. Parametrul α indică contribuțiile la varianta condiționată ale celor mai recente știri (șocuri), iar parametrul β evidențiază contribuțiile la varianta condiționată ale celui mai recent nivel al volatilității.

După estimarea parametrilor, au fost obținute datele din tabelul de mai jos, unde α măsoară persistența volatilității, este pozitiv și semnificativ pentru seriile de date, însă scopul testului EGARCH este de a regăsi efectul leverage. Prezența acestuia se face simțită atunci când β este semnificativ și negativ. Efectul leverage este o corelație negativă între volatilitatea viitoare a randamentului și randamentul trecut, deci, când randamentul scade,

volatilitatea crește. Cu cât efectul leverage este mai ridicat, cu atât se poate înregistra un risc și o volatilitate mai mare.

Valoarea lui γ este 0.086, ceea ce înseamnă că șocurile pozitive determină o modificare mai mică (descrescătoare) a volatilității, în timp ce șocurile negative determină o modificare mai mare (în sens invers), în situația în care toate celelalte condiții rămân egale.

Suma $\alpha + \beta$ definește impactul știrilor prezente în volatilitatea viitoare și măsoară rata la care acest efect dispare în timp (foarte lent). În cazul de față $\alpha + \beta = 0.8 < 1$, indicând un impact descrescător al șocurilor asupra volatilității viitoare. Parametrul de persistență ($\beta = 0.94$) este foarte mare, ceea ce duce la concluzia că varianta se modifică lent în timp și nu se resimte efectul de leverage. Coeficientul de asimetrie ($\alpha = -0.14$) este negativ și semnificativ statistic, confirmând existența efectului de levier în randamentele viitoare, pe durata perioadei de selecție.

Tabelul nr. 5. Modelul EGARCH(1,1)

```

*-----*
*                GARCH Model Fit                *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : eGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
              Estimate  Std. Error  t value  Pr(>|t|)
mu            0.001434   0.000458   3.13083  0.001743
ar1           -0.670539   0.100661  -6.66133  0.000000
ar2            0.024346   0.063640   0.38256  0.702048
ma1            0.815018   0.098276   8.29318  0.000000
omega         -0.529941   0.006526  -81.20579  0.000000
alpha1        -0.146547   0.034462  -4.25239  0.000021
beta1          0.943510   0.000704  1340.98390  0.000000
gamma1         0.086533   0.025583   3.38239  0.000719
shape          1.613917   0.150631  10.71438  0.000000

Robust Standard Errors:
              Estimate  Std. Error  t value  Pr(>|t|)
mu            0.001434   0.000437   3.28156  0.001032
ar1           -0.670539   0.081678  -8.20953  0.000000
ar2            0.024346   0.069731   0.34914  0.726984
ma1            0.815018   0.077539  10.51110  0.000000
omega         -0.529941   0.010952  -48.38919  0.000000
alpha1        -0.146547   0.036859  -3.97590  0.000070
beta1          0.943510   0.000628  1503.52874  0.000000
gamma1         0.086533   0.023894   3.62148  0.000293
shape          1.613917   0.163133   9.89328  0.000000

LogLikelihood : 1375.169

```

ACF of Standardized Residuals afișează corelograma reziduurilor standardizate și se folosește pentru a testa dacă există corelație serială în ecuația mediei (figura nr. 8). Dacă ecuația mediei este corect specificată, toate statisticile Q ar trebui să nu fie semnificative, ceea ce se poate observa în grafic (histogramele nu depășesc limitele de -1 și 1).

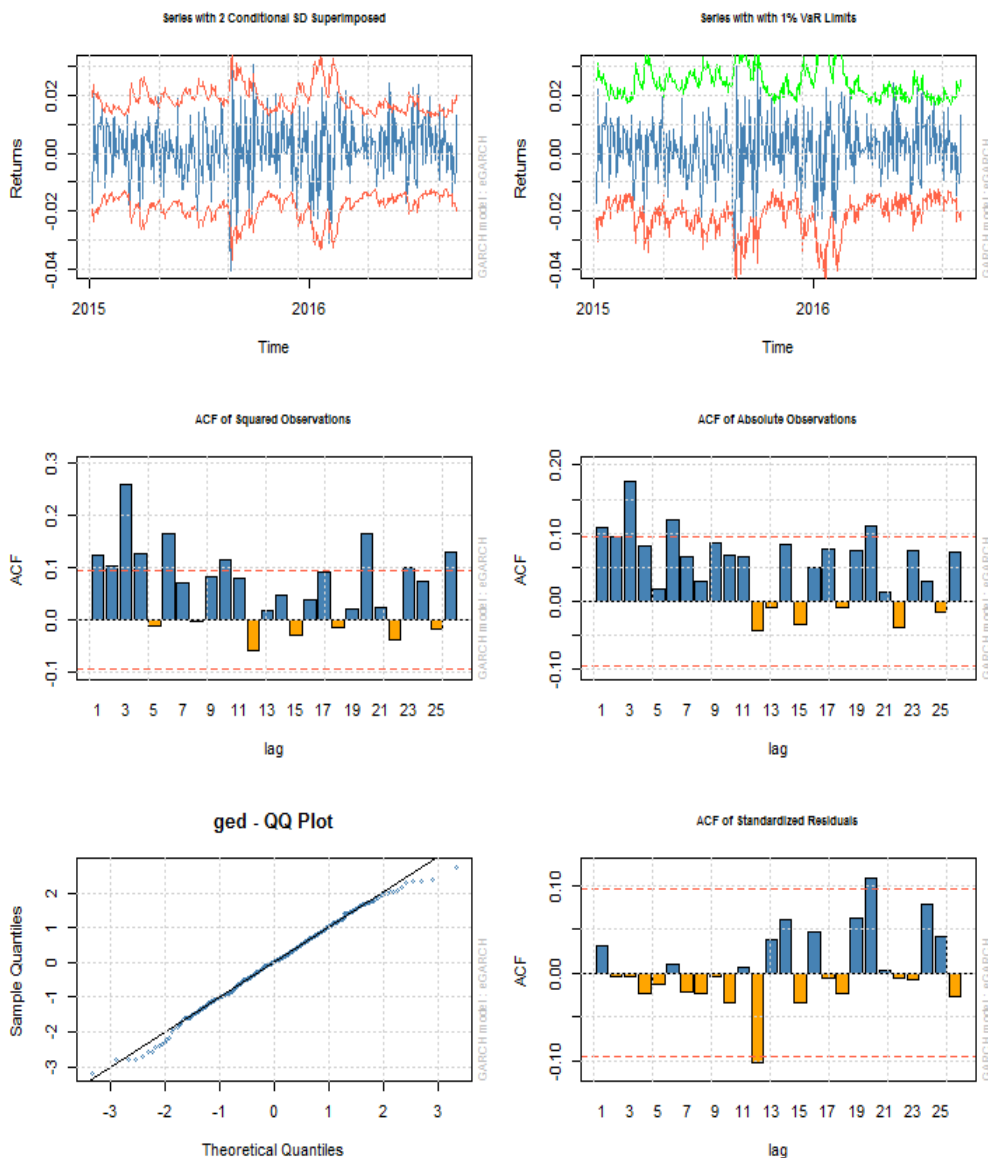


Figura nr. 8. ACF Reziuurilor standardizate

ACF of Squared Standardized Residuals afișează corelograma reziduurilor standardizate, ridicate la pătrat. Aceasta folosește pentru a verifica dacă există efecte ARCH în ecuația variantei (figura nr. 9). Dacă aceasta este corect specificată, toate statisticile Q ar trebui să nu fie semnificative, lucru evidențiat prin grafic (histogramele nu depășesc limitele de -1 și 1). Dacă ecuația variantei este corect specificată, ar trebui să nu fie efecte ARCH în reziduurile standardizate.

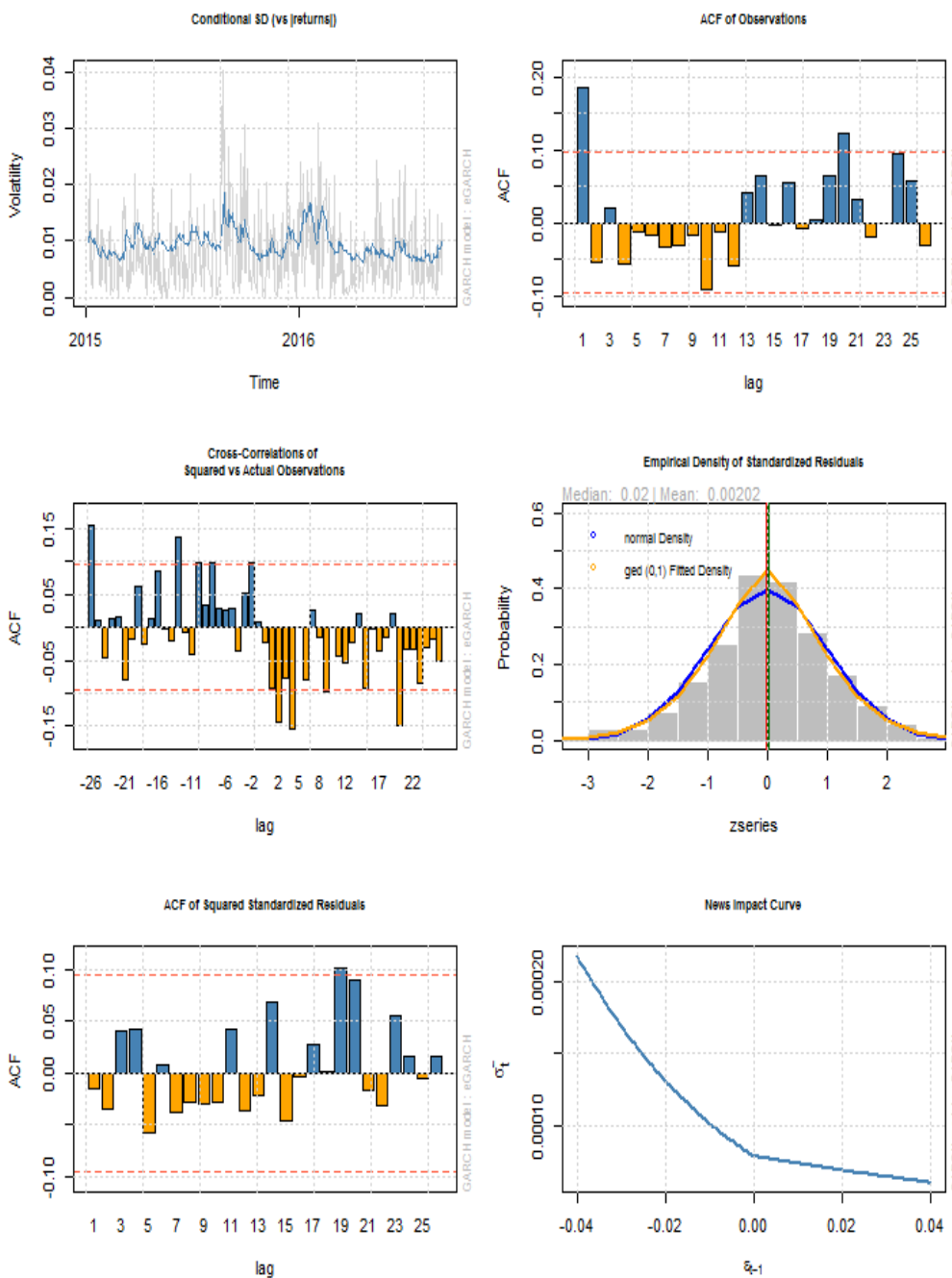


Figura nr. 9. ACF Reziduurilor standardizate ridicate la pătrat

Se poate observa din testul **Weighted ARCH LM Test** că toate probabilitățile P-Value sunt mai mari de 5%, ceea ce înseamnă că modelul este adecvat (tabelul nr. 6).

Folosind **Weighted Ljung-Box Test**, se observă că probabilitățile P-Value, atât pentru reziduurile standardizate cât și pentru reziduurile standardizate pătratic sunt mai mari de 5%. Astfel, seria este staționară și nu există autocorelare.

Tabelul nr. 6. Testul Weighted ARCH LM Test

Information Criteria				
Akaike	-6.5056			
Bayes	-6.4190			
Shibata	-6.5065			
Hannan-Quinn	-6.4713			

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals		
	statistic	p-value
Lag[1]	0.4047	0.5247
Lag[2* (p+q) + (p+q) -1] [8]	0.7082	1.0000
Lag[4* (p+q) + (p+q) -1] [14]	2.3012	0.9997
d.o.f=3		
H0 : No serial correlation		

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals		
	statistic	p-value
Lag[1]	0.08556	0.7699
Lag[2* (p+q) + (p+q) -1] [5]	1.51868	0.7353
Lag[4* (p+q) + (p+q) -1] [9]	2.74085	0.8009
d.o.f=2		

Weighted ARCH LM Tests				
	Statistic	Shape	Scale	P-Value
ARCH Lag[3]	0.7192	0.500	2.000	0.3964
ARCH Lag[5]	2.1613	1.440	1.667	0.4367
ARCH Lag[7]	2.6396	2.315	1.543	0.5840

Testul de stabilitate **Nyblom** returnează statisticile individuale ale parametrilor sub valoarea critică de 0.47, cu un prag de semnificație de 5%. Statistica comună fiind de 1.28, valoare mai mică decât 2.32 pentru un prag de semnificație de 5%, înseamnă că parametrii sunt stabili (tabelul nr. 7).

Testul sign bias (semnul de înclinare) examinează dacă știrile pozitive și negative afectează volatilitatea viitoare față de previziunea din model. Negative size bias testează dacă știrile negative sunt corelate cu înclinări mai mari în volatilitatea previzionată. Positive size bias se axează pe diferitele impacturi produse de șocurile pozitive în rentabilitate, mai mici sau mai mari, care nu sunt previzionate în modelul de volatilitate.

Efectul de leverage este testat cu ajutorul testului sign bias. Dacă P-Value este mai mică de 5% (prag de semnificație), atunci acesta indică prezența efectelor de leverage în model. În cazul de față, toate probabilitățile depășesc valoarea de 5%, deci se respinge ipoteza nulă, prin urmare efectul de leverage este prezent.

Tabelul nr. 7. Testul de stabilitate Nyblom

```

Nyblom stability test
-----
Joint Statistic: 1.287
Individual Statistics:
mu      0.29146
ar1     0.12070
ar2     0.13398
ma1     0.09487
omega   0.12191
alpha1  0.22509
beta1   0.11509
gamma1  0.06822
shape   0.10769

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      2.1 2.32 2.82
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
-----
Sign Bias          t-value   prob sig
Negative Sign Bias 0.04764  0.9620
Positive Sign Bias 0.18381  0.8542
Joint Effect       0.94027  0.8157

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
group statistic p-value (g-1)
1      20      14.29      0.7668
2      30      18.86      0.9249
3      40      35.43      0.6335
4      50      42.62      0.7280

```

În asimetria volatilității modelelor, știrile pozitive și cele negative furnizează previziuni diferite asupra volatilității. Curba impactului știrilor caracterizează impactul randamentelor trecute la șocuri asupra volatilității.

Modelul EGARCH ține cont și de calitatea știrilor (cât sunt ele de importante) și le permite să aibă un impact mai mare asupra volatilității față de modelul GARCH. Este posibil că EGARCH să aibă variante mai mari în ambele direcții din cauza curbei exponențiale care domină eventual cuadratura.

Valoarea la risc (VaR) este folosită în măsurarea și cuantificarea riscului financiar al unui portofoliu de investiții într-un anumit interval de timp. Acest indicator este des utilizat de către băncile comerciale și de investiții în vederea determinării ratei de apariție a potențialelor pierderi.

Cu o probabilitate de 95%, pe un orizont de timp de o zi și cu o investiție egală cu 1.000.0000 USD, investitorul ar putea pierde în cazul de față, la nivelul portofoliului, valoarea de 14.782 USD.

Calculul **CVaR (valoarea la risc condiționată)** este o metodă uzuală de evaluare a riscului, adesea utilizată pentru a reduce probabilitatea ca un portofoliu să înregistreze pierderi masive (tabelul nr. 8). Acest lucru este realizat prin evaluarea probabilității (la un nivel de semnificație) ca o pierdere specifică să depășească nivelul valorii la risc (VaR). Din punct de vedere matematic, CVaR este determinată ca și medie ponderată între VaR și pierderile care depășesc nivelul acesteia. De dorit este ca valoarea la risc condiționată să fie cât mai scăzută.

Tabelul nr. 8. Calculul CVaR

```
> PV=1000000
> CVaR95prob=ES(model, p=.95, method="gaussian")
> CVaR95prob
      [,1]
ES -0.01892802
> PortfolioCVaR=PV*(CVaR95prob+1)
> PortfolioCVaR
      [,1]
ES 981072
> CVaR=PV-PortfolioCVaR
> CVaR
      [,1]
ES 18928.02
```

Gestionarii de portofolii utilizează o tehnică cunoscută drept backtesting pentru determinarea acurateții modelului VaR, care implică compararea valorii la risc cu pierderile actuale sau câștigurile obținute. Un backtest se bazează pe nivelul de încredere asumat în calcul. În cazul de față, este calculat un VaR zilnic de -0.014 la o investiție de 1.000.000 USD, cu un nivel de încredere de 95%, investitorul așteptând ca pierderea zilnică a portofoliului să depășească valoarea de 14.782 USD doar 5% din perioada analizată. Dacă investitorul ia în calcul o perioadă de 250 de zile (un an de tranzacționare), pierderea peste nivelul de 14.782 USD se va înregistra exact 12.5 zile, în cazul unui model VaR corect specificat.

Concluzii

Pentru construirea portofoliului analizat, au fost luate în calcul zece acțiuni listate pe piața americană și zece acțiuni listate pe piața londoneză. Acestea au fost analizate prin metoda componentelor principale și prin metoda clusterului ierarhic și au fost comparate cu dreapta SML pentru a determina dacă sunt subevaluate sau supraevaluate. Cu ajutorul acestora s-a construit un portofoliu eficient, în funcție de cele trei tipuri de investitori, atât cu limite investiționale de 35%, cât și în prezența sau în absența short-selling-ului. A fost construit un model SIM, având ca reper de piață indicele american S&P 500. Cu acest portofoliu nou creat s-a determinat care este cel mai bun model de volatilitate, EGARCH(1,1), pe baza căruia s-au determinat VaR și CVaR, ulterior realizându-se un backtesting pentru verificarea adecvării modelului.

Optimizarea portofoliilor fondurilor de pensii poate avea un impact semnificativ și pozitiv asupra dezvoltării economiei românești. Acest surplus poate fi alocat către educație, sănătate, infrastructură și chiar apărare, având ca destinație finală maximizarea bunăstării sociale.

Bibliografie

- [1] Blank, St., 1993, The Robustness of Single Index Models în Crop Markets: A Multiple Index Model Test, *Journal of Agricultural and Resource Economics*, Vol. 18, No. 1 (July 1993), pp. 131-134
- [2] Engle, R., y Victor K. Ng, , 1993, Measuring and testing the impact of News an Volatility, *The Journal of Finance Vol. XLVIII*, Nro. 5
- [3] Phillippe, J., 2000, *Value at Risk*, Mac-Graw-Hill, 2nd Edition, New York

- [4] Spataru, S., 2016, *Serii de timp* – (Suport curs – Master Tehnici Actuariale, Academia de Studii Economice)
- [5] Tagliafichi, R., 2009, *The estimation of Market VaR using Garch models and heavy tail Distributions*, <http://www.actuaries.org/AFIR/colloquia/Maastricht/Tagliafichi.pdf>
- [6] CFA Institute, 2014, *Portfolio Risk and Return: Part II*, <https://www.coursehero.com/file/14605100/Reading-42-Portfolio-Risk-and-Return-Part-Ipdf/>